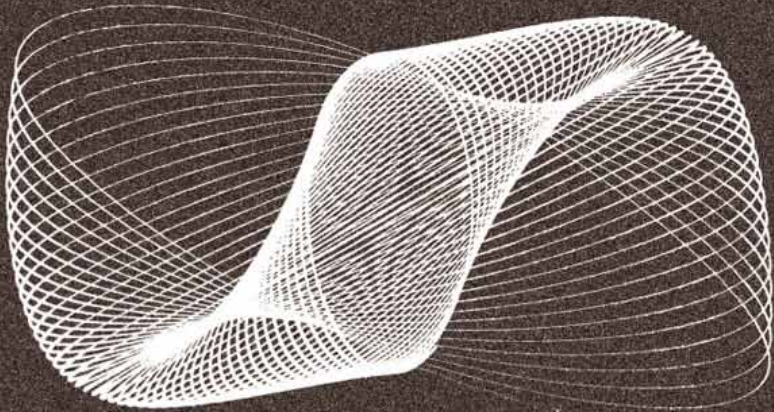


★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

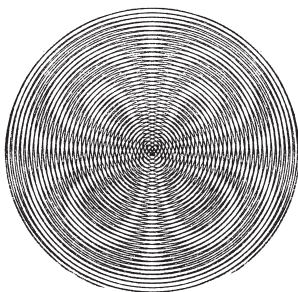
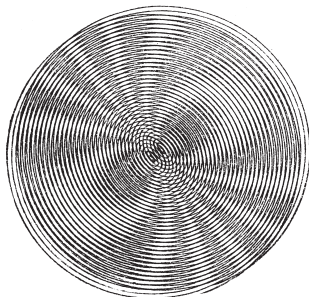
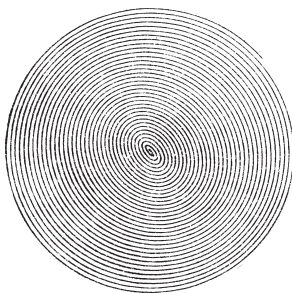
HARMONOGRAF

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
VIZUÁLNÍ PRŮVODCE
MATEMATIKOU HUDBY ★ ★ ★ ★



Anthony Ashton





*Prima (1:1): (nahore) spirála; (uprostřed) spirála kreslená přes první spirálu souběžně;
(dole) spirála kreslená přes spirálu protiběžně.*

Anthony Ashton
HARMONOGRAF

Vizuální průvodce matematikou hudby

Copyright © 2003 by Anthony Ashton

© Wooden Books Limited 2003

Published by Arrangement with Alexian Limited.

Translation © Petr Holčák, 2015

Designed and typeset by Wooden Books Ltd, Glastonbury, UK.

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být rozmnožována a rozšiřována jakýmkoli způsobem bez předchozího písemného svolení nakladatele.

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).
Z anglického originálu *Harmonograph. A Visual Guide to the Mathematics of Music* přeložil Petr Holčák.

Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.

Redakce Marie Černá.

Sazba a konverze do elektronické verze

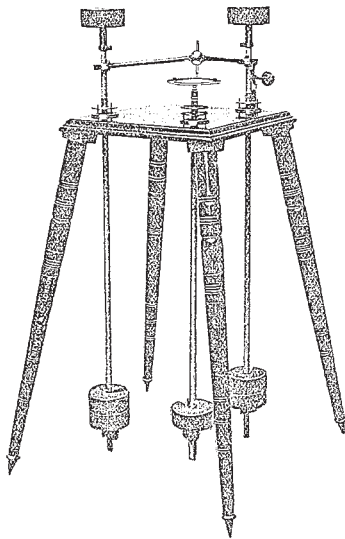
Tomáš Schwarzbacher Zeman.

Vydalo v roce 2015 nakladatelství Dokořán, s. r. o.,
Holečkova 9, Praha 5, dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,
jako svou 744. publikaci (182. elektronická).

ISBN 978-80-7363-682-1

HARMONOGRAF

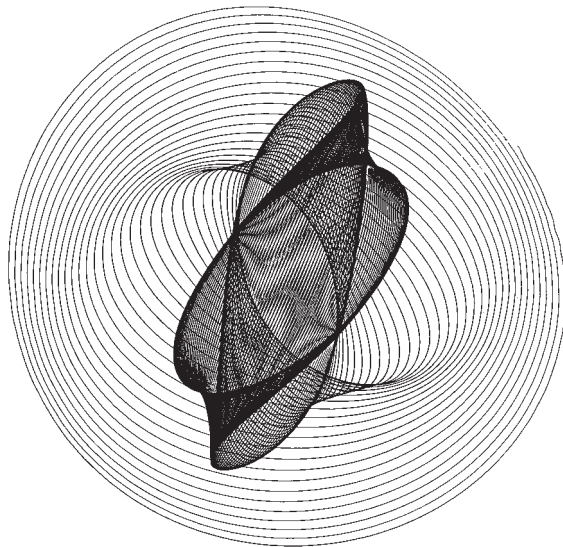
VIZUÁLNÍ PRŮVODCE MATEMATIKOU HUDBY



Anthony Ashton

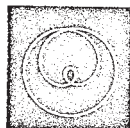
Věnováno Johnovi, Antonii a Imogen

Za poučení a inspiraci vděčím knihám: Joseph Goold, Charles E. Benham, Richard Kerr a L. R. Wilberforce, ed. Herbert C. Newton: *Harmonic Vibrations and Vibration Figures*, Newton & Co., 1909; sir James Jeans: *Science and Music*, Cambridge, 1937; John Tyndall: *Sound*, Appleton & Co., 1871; Gaston Tissandier: *Les Recreations Scientifiques*, Masson, 1881. Obrázek na straně 47 pochází z výjimečné knihy Hans Jenny: *Cymatics. A Study of Wave Phenomena and Vibration*, © 2001, MACROmedia Publishing, a použit je zde s laskavým svolením. Zvláště děkuji svému vnukovi, že mi pomohl vyznat se ve spletitostech hudební teorie.

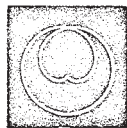


Obsah

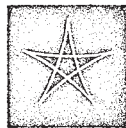
Úvod	1
Objev harmonie	4
Monochord stvoření	6
Alikvotní tóny a intervaly	8
Celé tóny a půltóny	10
Uspořádání harmonií	12
Lissajousovy obrazce	14
Kyvadlo	16
Dva harmonografy	18
Obyčejné unisono – 1:1	20
Nedokonalé unisono	22
Krouživé unisono – 1:1	24
Lineární oktáva – 2:1	26
Krouživá oktáva – 2:1	28
Lineární kvinta – 3:2	30
Krouživá kvinta – 3:2	32
Kvarta – 4:3	34
Další souzvuky	36
Amplituda	38
Potíže s laděním	40
Rovnoměrně temperované ladění	42
Kaleidofon	44
Chladniho obrazce	46
Rezonanční obrazce	48
Dodatek A: Ladění a intervaly	50
Vybrané intervaly	51
Dodatek B: Řecké mody	52
Harmonické konstanty a rovnice	53
Dodatek C: Tabulky obrazců	54
Dodatek D: Konstrukce harmonografu	56



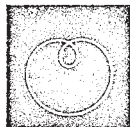
3:2 stej. ampl., soub.



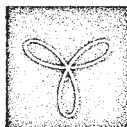
3:2 opač. ampl., soub.



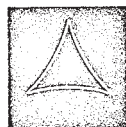
3:2 opač. ampl., protib.



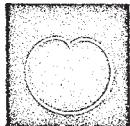
2:1 stej. ampl., soub.



2:1 stej. ampl., protib.



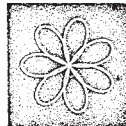
2:1 opač. ampl., protib.



2:1 opač. ampl., soub.



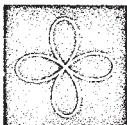
7:3 opač. ampl., protib.



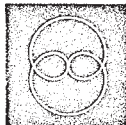
5:2 stej. ampl., protib.



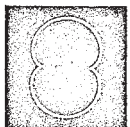
5:2 opač. ampl., protib.



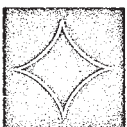
3:1 stej. ampl., protib.



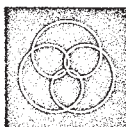
3:1 stej. ampl., soub.



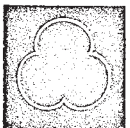
3:1 opač. ampl., soub.



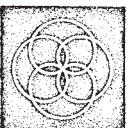
3:1 opač. ampl., protib.



4:1 stej. ampl., soub.



4:1 opač. ampl., soub.



5:1 stej. ampl., soub.



5:1 opač. ampl., soub.

Obrazce harmonií z knihy sína Thomase Bazleyho Index to the Geometric Chuck (1875) ukazují výsledky kmitání kyvadel se stejnými a opačnými amplitudami a v souběžné a protiběžné fázi.

ÚVOD

Velká část kreseb v této knížce vznikla na jednoduchém vědeckém přístroji zvaném harmonograf, vynálezu, který vznikl v roce 1844 a připisuje se profesoru Hughu Blackburnovi. Ke konci 19. století byly takové instrumenty docela v módě. Viktoriánští džentlmeni a dámy navštěvovali večírky, takzvané *soirées* nebo *conversazioni*, shromažďovali se kolem těchto zařízení a vykřikovali úžasem, když viděli, jak se na papíře objevují nádherné a záhadné kresby. Jeden obchod v Londýně prodával přenosné modely, které se daly složit do kufru a vzít na večírek. Některé z nich se možná stále skrývají v podkrovích domů po celém světě.

Od chvíle, kdy jsem kresby vzniklé na harmonografu spatřil poprvé, jsem jimi posedlý. Nejen pro jejich zvláštní krásu, ale i proto, že vypadají, jako by nesly jakési poselství – poselství, které nabylo na průzračnosti a hloubce, když jsem si zjistil, jak harmonograf sestavit a pracovat s ním. Je to nástroj, který kreslí obrazce hudebních harmonií, a propojuje tím obraz a zvuk.

Než ale postoupíme dál, myslím, že bych měl čtenáře varovat před možnými zdravotními následky. Pokud vás až příliš láká vydat se touto cestou, dejte si pozor! Je nejen vzrušující, ale i časově náročná.

Vyjádril jsem již svůj vděk knize *Harmonic Vibrations*, které za mnohé dlužím. Harmonografu jsem propadl ve chvíli, kdy jsem v jedné knihovně krátce po konci druhé světové války narazil právě na tuto knihu. Když jsem zjistil, že ji vydala firma, která na londýnské Wigmore Street vyrábí vědecké přístroje, šel jsem

se jednoho dne podívat, zda tam stále ještě sídlí. Byli tam, i když už vyráběli a prodávali jen promítačky. Vešel jsem dovnitř a ukázal postaršímu muži za pultem svůj výtisk z knihovny.

„Nezůstaly vám ještě nějaké výtisky téhle knihy?“ zeptal jsem se ho.

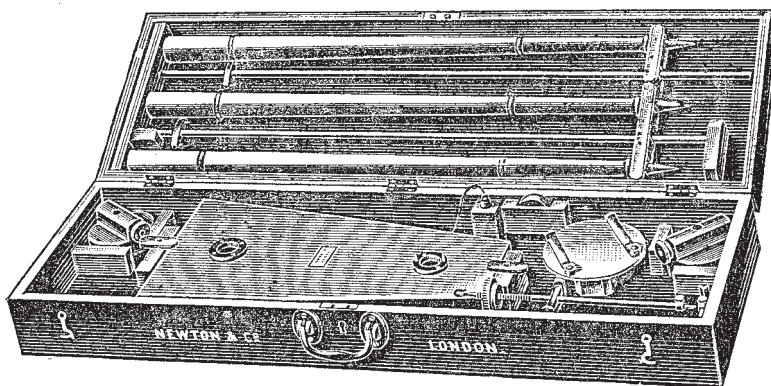
Zíral na mě, jako bych byl nějaký duch, pak se beze slova odšoural dozadu a po pár minutách se vrátil se zaprášeným a nsvázaným výtiskem.

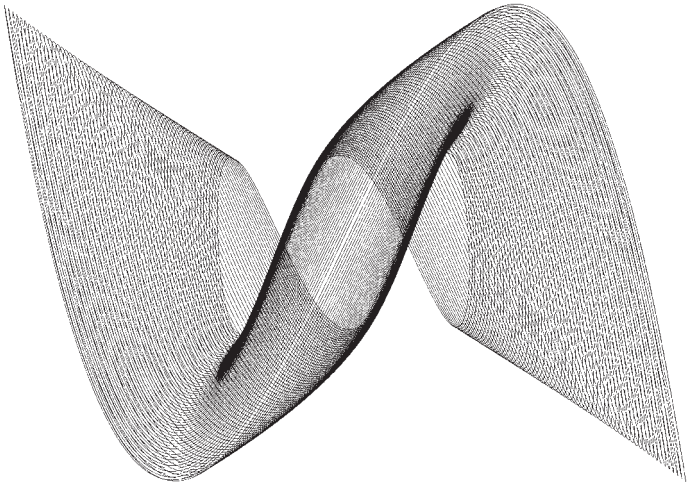
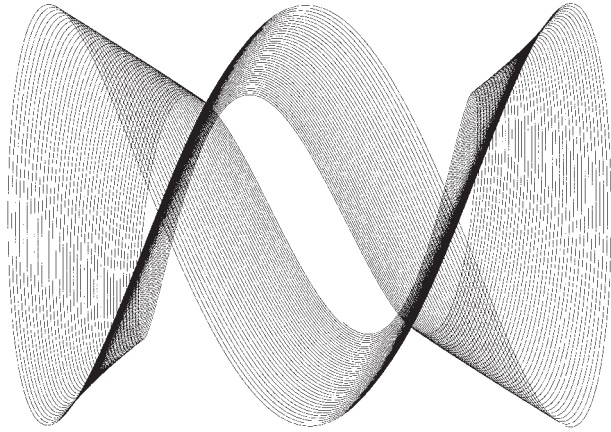
„To je úžasné,“ řekl jsem. „Kolik za to chcete?“

„Vezměte si to,“ odpověděl, „je to náš poslední výtisk a zítra zavíráme.“

Od té doby jsem se nezbavil pocitu, že jednou tuhle knížku musím napsat.

Girton, 2002





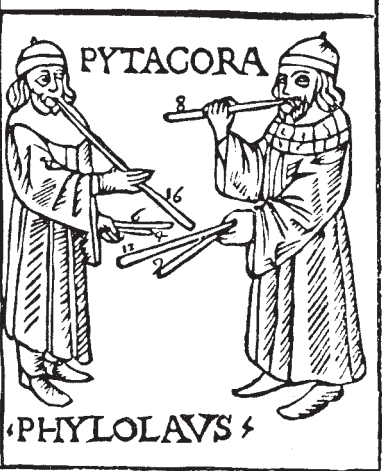
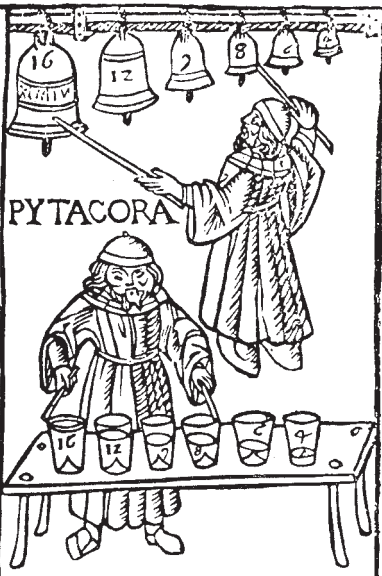
OBJEV HARMONIE

procházka kolem kovárny

Abychom pochopili, co vlastně harmonograf dělá, musíme se nejprve zběžně podívat na základy hudební teorie. Pythagorovi se připisuje zásluha za to, že před asi 2 500 lety objevil, že libý pocit z hudební harmonie pochází z toho, že je poměr mezi frekvencemi tónů vyjádřen malými celými čísly. Podle legendy šel jednou kolem kovárny a souzvuky tónů kladiv bušících o kovadlinu ho přiměly vejít dovnitř, kde zjistil, že výšky tónů pramení z různých hmotností jednotlivých kladiv. Kladivo o hmotnosti poloviny toho druhého vydává tón o dvojnásobné výšce – jejich souzvukem je *oktáva* (2:1). Pár kladiv s váhovým poměrem 3:2 zní nádhernou *kvintou*. Poměry malých celých čísel vytvářejí příjemné akordy.

Na obrázcích na protější stránce vidíme experimenty, které starořecký filozof po svém zjištění prováděl (jsou z Gafuriovy knihy *Theorica Musicae* z roku 1492). Dozvěděl se tak, že všechny jednoduché hudební nástroje fungují v podstatě stejně, ať se na ně tluče, brnká nebo se do nich fouká.

Zjištění souvislosti mezi hudbou a čísly bylo natolik působivé, že z něj Pythagoras vyvodil metafyzický závěr, podle něhož veškerá příroda sestává z harmonie povstávající z čísel; byl tak svého druhu předchůdcem předpokladu moderní fyziky, podle něhož se příroda řídí zákony vyjádřenými v matematické formě. Pohlédneme-li na obrázky, uvidíme, že ve všech případech – u kladiv, zvonů, sklenic, závažím zatížených strun nebo píšťal – se objevují stále stejná čísla: 16, 12, 9, 8, 6 a 4. Tato čísla lze spárovat několika způsoby a všechny jsou příjemné jak sluchu, tak i zraku, jak brzy uvidíme.



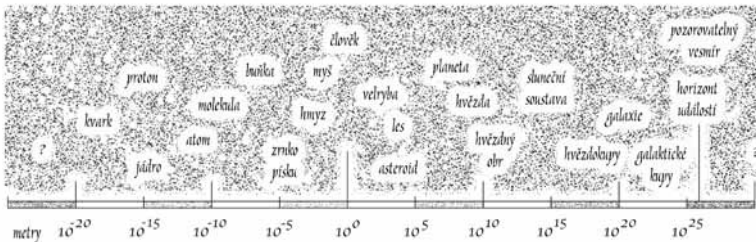
MONOCHORD STVOŘENÍ

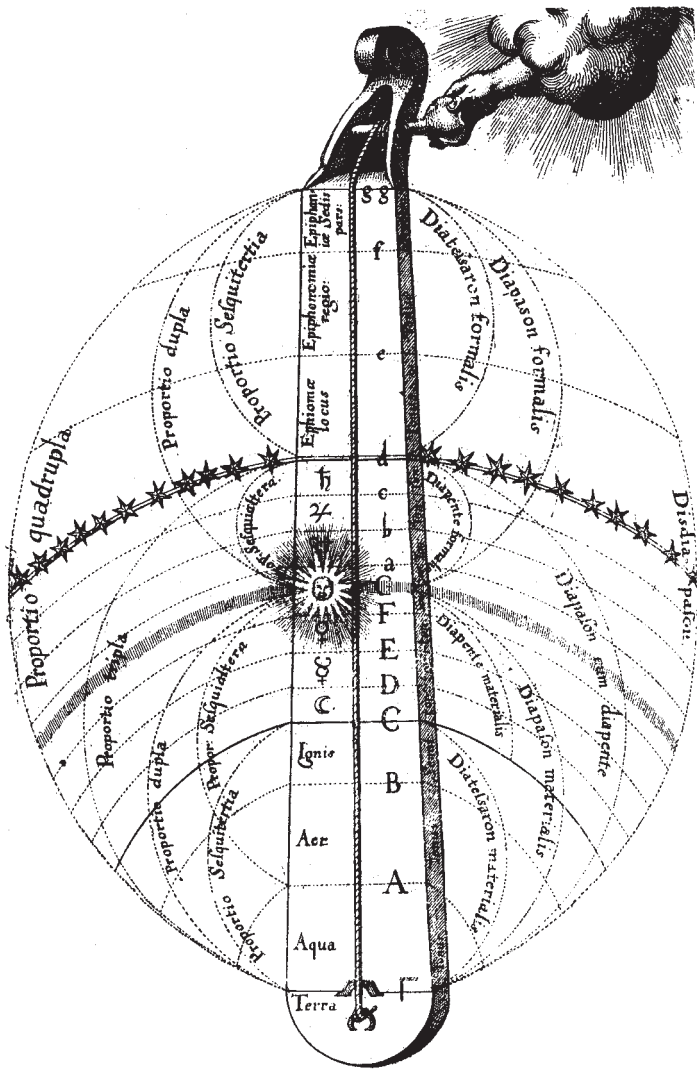
teorie jedné struny

Klavatura klavíru má zpravidla rozsah sedm oktáv a průměrný člověk dokáže sluchem vnímat zvuky v rozsahu takřka jedenácti oktáv. Nejvyšší tón každé oktávy má frekvenci dvakrát vyšší než její základní tón, takže kmitočty se po oktávách zvyšují geometrickou řadou od 16 oscilací za sekundu (16 Hz), které má nejnižší tón varhan, až po zhruba 20 000 za sekundu. Pod 16 Hz vnímáme jen rytmus. V rámci deseti oktáv se frekvence zvýší zhruba tisíckrát ($2^{10} \approx 10^3$).

Je to náznak něčeho, co bychom si mohli představit jako ohromný vesmírný monochord; ten má rovněž svůj rozsah, ale prostírá se od jediné kvantové fluktuace na dolním konci po pozorovatelný vesmír na vrcholu a prochází jednotlivými „oktávami“ v podobě atomu, molekuly, různého množství pevné, tekuté a plynné hmoty, bytostí malých i velkých, planet, hvězd a galaxií. Vesmírná stupnice rovněž stoupá exponenciálně, obvykle se ale měří v mocninách deseti a její rozsah je přes 10^{40} .

Rytina Roberta Fludda ze 17. století (*naproti*) vypovídá o něčem podobném: hudební stupnice se zde řídí týmž exponenciálním principem, který je základem vesmíru.





ALIKVOTNÍ TÓNY A INTERVALY

harmonické poměry uvnitř a vně oktávy

Jak se sestavují hudební stupnice? Když brkneme na strunu a budeme pečlivě poslouchat, uslyšíme nejen základní tón (*tóniku*), ale i řadu vyšších harmonických (*aliquotních*) tónů. Projevuje se zde princip harmonické rezonance, který působí na struny a kladiva, ale i na sloupce vzduchu a tektonické desky. Když v polovině nebo třetině struny přidržíme lehký předmět (*dole*), aktivujeme tím pravidelně rozmístěné pevné body zvané *uzly*, a rozezvučením kratší části struny pak vytvoříme alikvotní tóny. Na protější stránce máme znázorněny první tři alikvotní tóny (*nahoře*).

Hudebníci ale potřebují tóny s intervaly o něco menšími, než má série alikvotních tónů, a zároveň takové, aby spolu v rámci oktávy ladily. Obrázek na protější stránce dole zobrazuje vlevo sérii alikvotních tónů a napravo intervaly, které vznikají v rámci oktávy, a to podle rostoucí disonance čili složitosti.

„Veškerý nesouzvuk je jen harmonií neslyšenou,“ napsal Alexander Pope. Mozek zřejmě snadno pochopí vztah obsažený v jednoduché harmonii a přináší mu potěšení; s rostoucí složitostí ale potěšení slábne a nakonec zanikne, což je vždy nepříjemné. Pro většinu lidí požitek vyprchává, když narůstá nesouzvuk, tedy směrem ke konci řady zobrazené naproti. A jak uvidíme, v té chvíli dobíhají ke konci i kresby harmonografu.

