

$\cos \pi + i \cdot \sin \pi = -1$ edice Aliter $+4,365^{12} = 4,472^{12}$
 NP 0101100101 8,208
 $+1 = \infty$ $\pi = 3.141593$ $10^{10^{100}}$
 $b = \sqrt{a}$ 1,729
8,191
6
28
10^6 MILES
496
8,128
 $M \propto \frac{1}{P_A}$
71828
 $II^{XI} - (XXIII \cdot LXXXIX)$...37651
 $\langle N_1$
2
 $C = 2\pi r$ 2,049
 $87,539,319 = 167^3 + 436^3$
 $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \dots$ $e^{i\pi} + 1 = 0$

SIMPSONOVI
A JEJICH
MATEMATICKÁ
TAJEMSTVÍ

SIMON SINGH

AUTOR VELKÉ FERMATOVY VĚTY

$87,539,319 = 167^3 + 436^3$

Dokořán, Argo

Simon Singh

SIMPSONOVI A JEJICH MATEMATICKÁ TAJEMSTVÍ

Copyright © 2013 by Simon Singh

The Simpsons® is a registered trademark of Twentieth Century Fox Film Corporation, © 2013 Twentieth Century Fox Film Corporation. All Rights Reserved.

Translation © Luboš Pick a Petr Holčák, 2015

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být rozmnožována a rozšiřována jakýmkoli způsobem bez předchozího písemného svolení nakladatele.

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).

Z anglického originálu *The Simpsons and Their Mathematical Secrets* přeložili Luboš Pick a Petr Holčák.

Odpovědný redaktor Zdeněk Kárník.

Redakce Marie Černá.

Obálka Bloomsbury.

Sazba Karel Horák.

Grafická úprava Martin Radimecký.

Konverze do elektronické verze Tomáš Schwarzbacher Zeman.

Vydalo v roce 2015 nakladatelství Dokořán, s. r. o.,

Holečkova 9, Praha 5, dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz.

793. publikace, 204. elektronická;

ISBN 978-80-7363-734-7

edice aliter

DOKOŘÁN



edice aliter – svazek 60

Simon **Singh**

SIMPSONOVI A JEJICH MATEMATICKÁ TAJEMSTVÍ

Přeložili Luboš Pick a Petr Holčák

Nakladatelství Dokořán a Argo
Praha 2015

Věnováno Anitě a Harimu.

$$\eta + \psi = \varepsilon$$

Obsah

<i>Simpsonovi</i>	9
Kapitola 0. O Simpsonových jen pravdivě	11
Kapitola 1. Malý génius	16
Kapitola 2. Jak moc jste πdiví?	30
Kapitola 3. Velká Homerova věta	41
Kapitola 4. Záhada humoru matematického	55
Zkouška první	69
Kapitola 5. Šest stupňů volnosti	70
Kapitola 6. Líza, královna statistiky	81
Kapitola 7. Galgebra a galgoritmus	99
Zkouška druhá	111
Kapitola 8. Hlavní pořad	112
Kapitola 9. Do nekonečna a ještě dál	128
Kapitola 10. Velká věta Strašákova	141
Zkouška třetí	155
Kapitola 11. Matematika v zamrzlých záběrech	157
Kapitola 12. Další kousek πzzy	171
Kapitola 13. Homer ³	183
Zkouška čtvrtá	194
<i>Futurama</i>	196
Kapitola 14. Jak se zrodila <i>Futurama</i>	198
Kapitola 15. Číslo 1 729 a romantická příhoda	213
Kapitola 16. Jednostranný pohled	227
Kapitola 17. Teorém Futuramy	238
Zkouška pátá	250
Επlog	251

<i>Dodatky</i> _ _ _ _ _	255
Dodatek 1. Sabermetrická metoda ve fotbale _ _ _ _	256
Dodatek 2. Objasnění Eulerovy rovnosti $e^{i\pi} + 1 = 0$ _	258
Dodatek 3. Program pro hledání „těsně vedle“ řešení Veké Fermatovy věty _ _ _ _ _	260
Dodatek 4. Keelerův postup pro součet druhých mocnin _ _ _ _ _	262
Dodatek 5. Fraktály a fraktální dimenze _ _ _ _ _	263
Dodatek 6. Keelerova věta _ _ _ _ _	266
Poděkování _ _ _ _ _	268
Internetové zdroje _ _ _ _ _	273
Ilustrace _ _ _ _ _	274
Rejstřík _ _ _ _ _	275

SIMPSONOVI

O Simpsonových jen pravdivě

Simpsonovi představují pravděpodobně nejúspěšnější televizní pořad všech dob. Univerzální přitažlivost seriálu a dlouhotrvající celosvětová popularita jeho postav pochopitelně musely vyvolat u příslušníků akademické obce (notoricky známých svým nutkáním neustále cosi zkoumat) a vědeckých ščouralů všeho druhu potřebu pořádně prozkoumat jeho podtext a pokusit se najít odpovědi na několik otázek zcela zásadního charakteru. Mají Homerovy výšplechty o koblihách a o pivu značky Duff nějaký skrytý význam? Ukrývají se ve slovních přestřelkách mezi Bartem a Lízou nějaké hlubší jinotaje, nebo jde jen o běžné sourozenecké hašteření? Využívají tvůrci *Simpsonových* obyvatelstva Springfieldu k vedení jakési politické nebo sociální polemiky?

Jedna intelektuálská názorová škola tvrdí, že *Simpsonovi* poskytují divákům každý týden lekci z filozofie. Ve svém traktátu pod názvem *Simpsonovi a filozofie* se její příslušníci chlubí tím, že dokážou jednoznačně identifikovat pojítka mezi jednotlivými epizodami seriálu a náměty přetřásanými před dávnými časy nejrůznějšími velikány historie lidstva, mezi nimiž nescházejí Aristoteles, Sartre ani Kant. Mezi výmluvnými názvy jednotlivých kapitol najdeme „Margeiny mravní motivace“, „Etický svět Simpsonových z kantovské perspektivy“ nebo „Tak pravil Bart: Nietzsche aneb chvála nezbednosti“.

Zato například taková *Psychologie Simpsonových* tvrdí, že nejslavnější springfielidská rodina je tu od toho, aby nám umožnila lépe chápat pochody odehrávající se v naší vlastní mysli. Tato sbírka esejů postavených na příkladech ze seriálu otevírá diskuse o takových tématech, jakými jsou například různé druhy závislosti, lobotomie nebo vývojová psychologie.

V příkrém kontrastu s uvedenými písemnostmi stojí kupříkladu Mark I. Pinsky, jenž v knize *Slovo boží dle Simpsonových* zcela ignoruje filozofii i psychologii a soustřeďuje se výhradně na duchovní rozměr seriálu. To je vcelku překvapivé, neboť většina postav ze *Simpsonových* se k dogmatům víry obvykle staví více než chladně. Skalní diváci seriálu si nemohli nepovšimnout toho, jak se Homer vytrvale a zatvrzele odmítá účastnit pravidelných nedělních návštěv kostela. Předvádí to mimo jiné například v epizodě „Homer kacířem“ z roku 1992, kde praví: „Co na tom všichni máte, chodit každou neděli do nějakýho baráku? Copak Bůh není všude? ... A co když jsme si vybrali špatné vyznání? Každý týden tím Boha jen popuzujem!“ Nicméně Pinsky tvrdí, že dobrodružství Simpsonových velmi často ilustrují význam hlavních křesťanských hodnot. Mnozí faráři a kněží s ním souhlasí a někteří z nich dokonce postavili svá kázání na mravních dilematech, se kterými se rodina Simpsonových potkala.

Dokonce i bývalý prezident Spojených států George H. W. Bush se pochlubil tím, že právě jemu se podařilo odhalit opravdové hlavní poselství *Simpsonových*. Seriál byl podle něj stvořen k tomu, aby jasně poukázal na nejhorší sociální stránky společnosti. Toto přesvědčení jej mimo jiné motivovalo k proslulému bonmotu, který zahrnul do svého projevu v roce 1992 na národním shromáždění Republikánské strany. Projev byl zásadním stavebním kamenem jeho kampaně za znovuzvolení americkým prezidentem a Bush

v něm pronesl tato slova: „Budeme i nadále ze všech sil usilovat o posílení americké rodiny. Naším cílem bude, aby americká rodina vypadala mnohem více jako Waltonovi než jako Simpsonovi.“ (*Waltonovi* je seriál z let 1971–81 o životě americké rodiny za hospodářské krize 30. let 20. století.)

Odpovědi od tvůrců *Simpsonových* se Bush dočkal hned za pár dní. Příští vysílaná epizoda byla sice opakováním staršího dílu „Šílený Homer“ z roku 1991, díl ale začal nově připsanou scénkou, v níž rodinka u televize sleduje Bushovy bonmoty o Waltonových a Simpsonových. Homer je v šoku a neschopen slova. Zato Bart pohotově houkne směrem k prezidentovi: „Hele, co je, vždyť my jsme přece úplně stejní jako Waltonovi! Nám by se taky hodilo, kdyby ta krize už skončila.“

Je třeba s politováním konstatovat, že všem zmíněným filozofům, psychologům, teologům a politikům skutečný primární podtext nejoblíbenějšího seriálu na světě bohužel unikl. Nejdůležitější je totiž ten fakt, že mnozí z autorů *Simpsonových* mají v oblibě čísla a jejich základním cílem je po kapkách krmit nic netušící diváky matematikou. Jinými slovy, po více než dvacet let pomocí úskoku donutili miliony diváků po celém světě sledovat animovaný úvod do všech oborů matematiky od matematické analýzy po geometrii, od π po teorii her, od nekonečně malých veličin až po veličiny nekonečně velké.

Závěrečná část trojdílné epizody „Speciální čarodějnický díl VI“ z roku 1995 zvaná prostě „Homer³“ naznačuje, jakou matematickou úroveň můžeme od *Simpsonových* očekávat. V jedné jediné scéně tady najdeme poctu nejelegantnějšímu vzorci všech dob, dále vtip, který pochopí jen ten, kdo zná Velkou Fermatovu větu, a konečně nenápadný odkaz na matematický problém, za jehož řešení byla vyspána odměna jednoho milionu amerických dolarů. A toto vše je ukryto

v zápletkách, které se odehrávají v hlubokých zákoutích vícerozměrné geometrie.

Díl „Homer³“ napsal David S. Cohen, který vystudoval fyziku na bakalářském stupni a informatiku na stupni magisterském. To je velice impozantní kvalifikace, zejména pro někoho, kdo pracuje v televizním průmyslu, avšak srovnatelně pozoruhodné tituly v nejrůznějších matematických oborech získali i mnozí další z Cohenových kolegů z autorského týmu *Simpsonových*. Někteří v nich dosáhli dokonce až na doktoráty a dříve zastávali významná místa v akademickém světě či v průmyslu. S Cohenem a dalšími tvůrci se v knize ještě setkáme. Prozatím jen uvedeme soupis titulů pěti největších nerdů mezi autory seriálu:

J. Stewart Burns je bakalářem matematiky z Harvardu a magistrem matematiky z Berkeley,

David S. Cohen je bakalářem fyziky z Harvardu a magistrem informatiky z Berkeley,

Al Jean je bakalářem matematiky z Harvardu,

Ken Keeler je doktorem aplikované matematiky z Harvardu,

Jeff Westbrook je bakalářem fyziky z Harvardu a doktorem informatiky z Princetonu.

V roce 1999 se někteří z autorů spolupodíleli na tvorbě sesterského seriálu *Futurama*, který se odehrává o tisíc let později v daleké budoucnosti. Není nikterak překvapivé, že jim základní sci-fi rámec umožnil vydat se podstatně hlouběji do hájemství matematických témat. Proto věnujeme závěrečné kapitoly této knihy právě matematice obsažené ve *Futuramě*. Mimo jiné se tu zmíníme o historicky první skutečně průkopnické matematické práci, která byla učiněna na zakázku pro účely dějové linie televizní komedie.

Ještě než se ale přesuneme do těchto opojných výšin, pus-
tíme se do nelehkého úkolu dokázat čtenářům, že právě
díky nerdům a geekům* se z *Futuramy* stala zásadní televizní
ikona matematické popkultury, plná epizod neustále kořeně-
ných častými zmínkami o matematických větách, domněn-
kách a rovnicích. Nebudeme zde ovšem podrobně rozebírat
každý exponát muzea simpsonovské matematiky odděleně,
protože to by znamenalo pojednat o více než stovce jedno-
tlivých příkladů. Místo toho se v každé kapitole soustředujeme
na hrstku nápadů a poznámek sahajících od největších histo-
rických průlomů až po nejpichlavější dosud nevyřešené pro-
blémy. Ve všech těchto případech čtenáři uvidí, kterak tvůrci
seriálu nechávají své postavičky vesele bádát ve světě čísel.

Homer s brýlemi Henryho Kissingera na očích nás se-
známí se Strašákovou větou, Líza nám předvede, jak lze za
pomoci statistické analýzy posunout oblíbený baseballový
tým k vítězství, profesor Frink vysvětlí dalekosáhlé důsledky
Frinkahedronu a ostatní obyvatelé Springfieldu obstarají
všechno ostatní od Mersennových prvočísel až po googol-
plex.

Vítejte do světa *Simpsonových* a jejich matematických ta-
jemství.

Zůstaňte s námi, nebo budete za ignoranta.

* V roce 1951 uvedl časopis *Newsweek*, že v Detroitu získává na popu-
laritě hanlivý výraz *nerd*. V šedesátých letech uvedli studenti z *Rensselaer
Polytechnic Institute*, že by se toto slovo mělo správně psát *knurd*, což je po-
zadu *drunk* (píjan), čímž se mělo naznačit, že *knurd* je opakem běžnějšího
typu studenta, s nímž se lze často setkat na večírcích. Nicméně během
poslední dekády popularita nerdů významně vzrostla a termínu se cho-
pili matematici a jim podobní. Podobně je tomu s nálepkou *geek* – i tou
se dnes honosí osoby hodné obdivu. To lze doložit například populari-
tou módního trendu *geek chic* nebo proslulým titulkem z časopisu *Time*
z roku 2005, který hlásal, že „tuto planetu nepochybně jednou ovládnou
geekové“.

V roce 1985 dostal kultovní karikaturista Matt Groening pozvánku ke schůzce s legendárním režisérem, producentem a scenáristou Jamesem L. Brooksem, který již měl v té době za sebou několik klasických televizních pořadů, jako například *The Mary Tyler Moore Show*, *Lou Grant* nebo *Haló, taxi!*. Pár let předtím (v roce 1983) dostal dokonce Brooks hned tři Oscary (za nejlepší film, za scénář a za režii) za film *Cena za něžnost*.

Brooks chtěl, aby Groening obohatil seriál *The Tracey Ullman Show*, ze kterého se už brzy měl stát jeden z prvních velkých hitů čerstvě zformované sítě Fox. Pořad sestával ze sledu komických scének, v nichž vystupovala britská komička Tracey Ullmanová, a jeho producenti chtěli přestávky mezi jednotlivými scénkami vyplnit krátkými animovanými vstupy. Pro tyto takzvané nárazníky si v první fázi vyjednávání vybrali kreslenou verzi Groeningova *Života v pekle*, což byl komiks o králíčkovi jménem Binky, kterého neustále sužovaly těžké deprese.

Během čekání na Brookse v recepci si Groening promýšlel návrh, o němž se mělo jednat. Spolupráce by pro něho znamenala průlom, který by ho jistě vynesl na mediální výsluní. Přesto se nemohl ubránit pocitu, že by měl nabídku odmítnout. *Život v pekle* kdysi odstartoval jeho kariéru a pomohl mu přestát mnohá těžká období. Zradit teď králíčka Binkyho a zaprodat jej zrovna „Foxovi“ (lišce) se mu moc

nechtělo. Copak se ale taková šance dá odmítnout? A právě v této chvíli, před dveřmi Brooksovy kanceláře, přišel Groening na to, že se jeho dilema dá vyřešit jen jediným možným způsobem. Bude jim zkrátka muset místo králíčka Binkyho nabídnout něco jiného. A, jak praví legenda, celý koncept *Simpsonových* pak vytvořil na místě během následujících pár minut.

Brooksovi se nápad zalíbil, a Groening tedy hned vytvořil několik tuctů krátkých kreslených scének o členech Simpsonovy rodiny. Skeče, jejichž stopáž nepřesáhla nikdy dvě nebo nejvýše tři minuty, pak provázely *The Tracey Ullman Show* po celé tři sezony. Tím mohla celá záležitost nejen začít, ale zároveň i skončit. Jenže pak produkční tým zaregistroval cosi neobvyklého.

Ullmanová k vytváření svých postav často využívala netradičních make-upů a rekvizit. To představovalo jistý technický problém, protože její výstupy se natáčely živě a před skutečným publikem. Aby se tedy diváci během jejich příprav nenudili, navrhl kdosi, ať se jim pustí několik epizod *Simpsonových* slepených dohromady. Tyto scénky přitom byly odvysílány už předtím, takže šlo jen o jakousi oportunistickou recyklaci staršího materiálu. K nesmírnému úžasu všech přítomných se ale diváci bavili u animovaných scének přinejmenším stejně dobře jako u těch živých.

Groening a Brooks se začali zamýšlet nad tím, jestli by šaškoviny Homera, Marge a jejich dětí ustály i delší stopáž. Netrvalo dlouho a společně se spisovatelem Samem Simonem vyrobili speciální vánoční díl („Vánoce u Simpsonových“). Tušení je nezklamalo. Epizoda, odvysílaná 17. prosince 1989, zaznamenala masivní úspěch, a to jak ve smyslu sledovanosti, tak i u kritiky.

Měsíc po odvysílání vánočního speciálu přišel na scénu „Malý génius“. Byla to první skutečná epizoda seriálu. Po-

prvé se v ní objevila proslulá úvodní sekvence a také v ní poprvé zaznělo Bartovo později okřídlené rčení „Sežer moje trenýrky“. [V české verzi ovšem říká „Trhni si nohou!“. *Pozn. red./překl.: v dalším textu budeme takové poznámky označovat jen hranatými závorkami.*] Co ale hlavně stojí za zmínku, je to, že „Malý génius“ již obsahuje vskutku pořádnou dávku matematiky. V mnoha směrech tato epizoda udává tón všemu, co následovalo po další dvě dekády, především nepřetržité řadě odkazů na aritmetiku a geometrii, která *Simpsonovy* vynesla na velmi speciální místo ve světě matematiky.

• • •

Ohlédneme-li se dnes zpět, zjistíme, že ve skutečnosti byl matematický podtón *Simpsonových* zřejmý od samého počátku. Hned v první scéně „Malého génia“ mohli diváci alespoň letmo zachytit nejslavnější matematickou rovnici celé historie přírodních věd.

Díl začíná scénou, v níž si Maggie staví věž ze svých písmenkových kostek. Poté, co umístí šestou kostku na vrcholek věže, se zadívá na vzniklý nápis. Postava, jejímž údělem je být navěky ročním kojencem, se škrábe na hlavě a s dudlíkem v ústech zálibně obdivuje své dílo: EMCSQU. Kostky neobsahují rovnítko, takže tento nápis představuje asi nejlepší možný způsob, jak s jejich pomocí zapsat slavnou Einsteinovu fyzikální rovnici $E = mc^2$ (SQU je zde zkratka slova „squared“, tedy „na druhou“).

Někdo by mohl třeba namítnout, že je-li matematika toliko zapřažena do služby jiné vědě, stává se jen jakýmsi druhořadým odpadem. Pro puristy tohoto typu má ovšem „Malý génius“ na skladě řadu dalších lahůdek.

Zatímco si Maggie ze svých kostek staví rovnici $E = mc^2$, hrají Homer, Marge a Líza s Bartem scrabble. Bart triumfálně staví na hrací desku posloupnost KQWYJIBO. Slovo

kwyjibo nelze najít v žádném slovníku, a Homer se tedy do Barta pustí. Bart se mu ale promptně pomstí tím, že definuje *kwyjibo* jako „druh opic žijících v Jižní Americe, co nemají vocas“.

Později během této poněkud neklidné hry upozorňuje Líza Barta na to, že jej čeká zítra ve škole test inteligence. Takže hned po fiasku se slovem *kwyjibo* se děj přesune do springfieldské základní školy, v níž zrovna probíhá Bartův test. První otázka, na kterou padne Bartův zrak, je klasický (a upřímně řečeno poněkud otravný) matematický problém. Týká se dvou vlaků, z nichž jeden vyjíždí z Phoenixu a druhý ze Santa Fe a každý jede jinou rychlostí. Každý z obou vlaků veze jiný počet cestujících, kteří navíc nastupují a vystupují v nesmyslně popsaných skupinkách. Bart je zmaten, rozhodne se podvádět a ukradne z katedry mezitím již odevzdaný test, který vyplnil třídní šprt Martin Prince.

Bartovi plán nejen vyjde, ale jeho test dopadne tak skvěle, že je ihned povolán do kanceláře ředitele Skinnera, kde na něj čeká školní psychiatr Dr. Pryor. Bartův celkový výsledek odpovídá díky jeho lumpárně hodnotě IQ 216 a doktor Pryor jáás, že našel nového génia. Jeho podezření se potvrdí v okamžiku, kdy se Barta zeptá, zda se občas ve škole nudí, zda tam mívá pocit znechucení a zda někdy zatoužil opustit školu. Bart samozřejmě zareaguje očekávaným způsobem, i když z jiných důvodů, než jaké si psychiatr představuje.

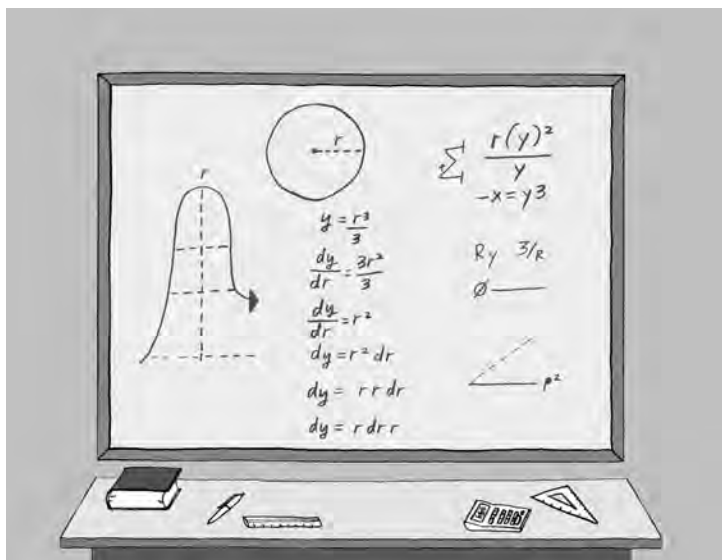
Dr. Pryor přesvědčí Homera a Marge, aby Barta zapsali do speciální školy pro nadané děti, což pochopitelně vede k neodvratné katastrofě. Hned během první polední přestávky se začnou před Bartem jeho nechutně inteligentní spolužáci předvádět a nabízejí mu nejrůznější kšeftíčky formulované za pomoci rozličných matematických a fyzikálních pojmů. Jeden z nich mu například předloží následující návrh: „Dovoliš, Barte? Vyměním váhu tenisáku na osmém

měsíci Jupiteru z mojí housky za váhu ptačího pírká na Neptunu z tvojí svačiny.“ A ještě než Bart dostane šanci rozluštit, co se za džunglí měsíců, tenisáků a Neptunu vlastně skrývá, už je tu jiný spolužák s další, neméně záhadnou nabídkou: „Vyměním tisíc pikolitrů svého mléka za pintu tvého.“ Samozřejmě jde opět jen o nesmyslnou šarádu zaměřenou pouze na zesměšnění nováčka.

Následujícího dne se ukáže, že hned první hodinou ve škole je matematika, a Bartova už tak dost mizerná nálada se díky tomuto zjištění ještě podstatně zhorší. Moment, kdy učitelka zadává žákům úlohu, je přesně tím okamžikem, ve kterém se v *Simpsonových* poprvé setkáváme s naprosto nijak neutajovaným matematickým žertíkem. Zatímco se na tabuli objevuje rovnice a učitelka říká: „Takže y rovná se třetině z r na třetí. A když správně určíte směrnici této křivky, myslím, že budete příjemně překvapeni.“

Následuje krátká pauza, během které všichni studenti až na jednoho vypracují řešení a začnou se řehtat. Učitelka se snaží Bartovi za posměšků jeho spolužáků pomoci tím, že na tabuli navrhne několik nápověd. Nakonec dokonce napíše celé řešení. Bartovi pointa nicméně stále nedochází, a učitelka se tedy obrátí přímo na něj a říká: „Rozumíš tomu, Barte? Přece derivace dy se rovná třem r na druhou dr lomeno třemi, neboli r na druhou dr , tedy $r dr r$.“ [V české dabované verzi končí učitelka výklad slovy „... $r dr$! Vzpomeň si na radar! Radar!“ V zápisu užívaném v ČR bohužel nedává výraz $r dr r$ smysl, takže uvedený žert u nás nepadá zrovna na příliš úrodnou půdu.]

Na obrázku vidíme tabuli s učitelčíným vysvětlením řešení. Většina diváků nejspíš ani po zhlédnutí této rádobý názorné nápovědy nebude z úlohy moudrá, a ostatně Bart je na tom podobně. Soustředme se na poslední řádek na tabuli. Tento řádek, tedy $r dr r$, je nejen řešením úlohy,



V epizodě „Malý génius“ učitelka zadá na tabuli problém a hned k němu předvede své vlastní nepříliš nápomocné zběsilé řešení, přičemž činí nesmyslné kroky, používá silně diskutabilní a rozporuplné značení a navrch udělá ve výpočtu chybu. Náš diagram kopíruje její postup s tím rozdílem, že matematický problém vysvětlujeme korektně a do detailu. Vše podstatné čtenář nalezne v šesti řádcích pod kružnicí.

ale měl by být i zamýšlenou pointou. Vznikají dvě otázky: co je na výrazu $r dr r$ vtipného a proč je to odpověď na otázku?

Třída se směje proto, že výraz $r dr r$ lze v angličtině přechíst jako *har-de-har-har*, což je okřídlené vyjádření sarkastického smíchu v odpověď na nepříliš vydařený vtip. Tento typ smíchu zpopularizoval kdysi Jackie Gleason, představitel Ralpha Kramdena v klasickém televizním seriálu *Svatební cesta* z roku 1950. Ještě větší popularity se ovšem zmíněnému pokřiku dostalo v roce 1960, kdy animační studio Hanna-Barbera vytvořilo komiksovou postavičku jménem Hardy Har Har. Byla to skeptická hyena v tralaláčku, která

se později často objevovala ve spoustě kreslených filmů, mimo jiné například po boku další proslulé postavy Iva Lippyho.

Dobrá, nyní tedy již víme, že závěrečný řádek obsahuje odkaz na slovní hříčku. Proč by ale měl být zároveň řešením problému? Problém, který učitelka žákům zadala, náleží do obávané oblasti matematiky známé jako matematická analýza, občas označované také slovem kalkulus, ještě přesněji diferenciální a integrální počet. Tento předmět vnáší hrůzu do srdcí mnoha teenagerů a u starších osob naopak probouzí strašidelné vzpomínky. Jak učitelka vysvětluje při zadávání úlohy, cílem této oblasti matematické analýzy je „určit míru změny“ neboli „odchylky“ nějaké veličiny, v tomto případě y , v závislosti na jiné veličině, zde na x .

Jestliže patříte k těm, kteří mají z diferenciálního počtu hrůzu,* či k těm, kdo trpí vzpomínkami na dávná utrpení, neznepokojujte se. Teď určitě není ta správná chvíle na rozvláchnou přednášku o pravé podstatě matematické analýzy. Mnohem zajímavější je otázka, proč tvůrci *Simpsonových* vkládají do svého seriálu tak složitou matematiku.

Jádro tvůrčího týmu *Simpsonových* během prací na první sérii tvořilo osm nejlepších komediálních tvůrců z Los Angeles. S velkou chutí vytvářeli scénáře obsahující odkazy na sofistikované koncepty ze všech oblastí lidského poznání, přičemž matematická analýza zabírala na jejich seznamu témat hodně vysokou příčku už proto, že dva z nich byli

* Těm čtenářům, jejichž znalosti z matematické analýzy jsou poněkud zastaralé, možná neuškodí připomenout následující obecné pravidlo: derivací funkce $y = x^n$ je funkce daná předpisem $dy/dx = nx^{n-1}$. Ty čtenáře, kteří matematické analýze nerozumí vůbec, můžeme ujistit, že tato jejich drobná neznalost pro ně rozhodně nebude představovat při čtení zbytku kapitoly žádný handicap.

nadšenými přívrženci matematiky. Právě tito dva nerdi mají na svědomí mimo jiné výraz $r \text{ dr } r$ a právě jim také náleží veškeré zásluhy za to, že jsou *Simpsonovi* tak bohatou platformou pro matematické skopičiny.

S prvním ze dvou zmíněných nerdů, Mikem Reissem, jsem se během svého krátkého pobytu mezi tvůrci *Simpsonových* setkal osobně. Stejně jako Maggie i on projevil své matematické nadání již při hraní s kostkami v batolecím věku. Zřetelně si vzpomíná na okamžik, kdy si uvědomil, že kostky se řídí binárním zákonem v tom smyslu, že dvě menší kostky dávají dohromady rozměr střední kostky, zatímco dvě střední kostky dávají větší kostku a dvě větší kostky se vyrovnají největší kostce.

Hned jak se Reiss naučil číst, promítlo se jeho matematické nadání do lásky k hádankám. Především ho zajaly knihy Martina Gardnera, největšího z představitelů rekreační matematiky 20. století. Gardnerův hravý přístup k hádankám, záhadám a rébusům měl velký půvab pro mladé i pro starší. Jeden z jeho přátel to výstižně charakterizoval slovy: „Martin Gardner učinil z tisíců malých dětí matematiky a z tisíců matematiků malé děti.“

Reiss začal s knížkou *The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions* (Paradox nečekané popravy a další matematické kratochvíle) a veškeré své kapesné utrácel za další Gardnerovy knihy. V osmi letech Gardnerovi napsal dopis. Sdělil mu, že je jeho fanouškem, a přidal elegantní pozorování o tom, že *palindromické čtverce* mají tendenci k tomu, aby měly lichý počet číslic. Palindromické čtverce jsou druhé mocniny celých čísel, které se čtou stejně odzadu jako zepředu, například 121 (tedy 11^2) nebo 5 221 225 (což je $2\,285^2$). Osmileté dítě se nemýlilo, neboť existuje jen 35 takových čísel menších než sto miliard, a z nich má sudý počet číslic jen jediné, a to 698 896, což je rovno 836^2 .

Reiss mi neochotně přiznal, že dopis Gardnerovi obsa-
hoval také jeden dotaz. Zeptal se jej na to, zda existuje jen
konečný počet *prvočísel*, nebo zda jich je k dispozici neome-
zeně mnoho. Na tuto otázku vzpomíná s jistými rozpaky:
„Zřetelně vidím ten dopis před sebou a stydím se za tak
hloupou a naivní otázku.“

Většina lidí by nejspíš souhlasila s tím, že Reiss je na
své osmileté já poněkud přehnaně přísný, protože odpověď
na tuto otázku není ani v nejmenším zřejmá. Problém je
založen na tom, že každé celé číslo má nějaké *dělitele*, což
jsou celá čísla, jimiž můžeme dané číslo vydělit beze zbytku.
Prvočíslo je zajímavé tím, že kromě jedničky a sebe sama
(tedy takzvaných triviálních dělitelů) žádné další dělitele
nemá. Takže například číslo 13 je prvočíslo, protože nemá
žádné netriviální dělitele, zatímco číslo 14 prvočíslem není,
neboť mezi jeho děliteli najdeme čísla 2 a 7. Každé číslo
je buď prvočíslem (například 101), nebo je lze zapsat ve
formě prvočíselného rozkladu (například $102 = 2 \times 3 \times 17$).
Mezi nulou a stovkou najdeme pětadvacet prvočísel, mezi
100 a 200 jen 21 a mezi 200 a 300 pouze 16, takže se zdá
nepochybné, že se stávají stále vzácnějšími. Otázka ale je, zda
nám jednou jejich zásoba dojde, či zda je jejich soupis bez
konce.

Gardner s radostí poradil Reissovi, aby se obeznámil s dů-
kazem, jehož autorem je dávný řecký učenec Eukleides,*
který pracoval v Alexandrii kolem roku 300 před naším
letopočtem a byl prvním matematikem, jenž dokázal, že
prvočísel je nekonečně mnoho. Tohoto výsledku dosáhl po-
někud zvrácenou metodou, kterou za tím účelem sám vynal-
ezl a kterou nazval *důkaz sporem* neboli *reductio ad absurdum*.

* Mimochodem, v době, kdy Gardner psal Reissovi, že odpověď na svou
otázku najde u Eukleida, bydlel Gardner na Eukleidově třídě.

Eukleidův přístup k problému můžeme vyložit například tak, že začneme s následujícím smělym tvrzením:

Předpokládejme, že počet prvočísel je konečný, a je tedy možné je seřadit do následujícího seznamu:

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n.$$

Takový výrok ovšem nemůže zůstat bez následků. Můžeme například všechna tato čísla mezi sebou vynásobit a k výsledku přičíst jedničku. Tak dostaneme nové číslo, a sice $N = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n + 1$. Toto nové číslo N buď je, nebo není prvočíslem. Ukazuje se však, že ať už je to jakkoli, v obou případech dojdeme ke sporu s původním Eukleidovým tvrzením:

- (a) Je-li N prvočíslo, pak chybí na původním seznamu prvočísel. Tudíž tvrzení, že seznam byl úplný, je zjevně nepravdivé.
- (b) Jestliže N není prvočíslo, pak musí mít prvočíselné dělitele. Tito dělitele ovšem musí být nová prvočísla, která nejsou na seznamu. Při dělení čísla N kterýmkoli číslem na seznamu totiž obdržíme zbytek 1. A tedy ani v tomto případě nemohl být původní seznam úplný.

Krátce a jasně, Eukleidovo výchozí tvrzení je nepravdivé. Jinými slovy, jeho konečný seznam neobsahuje všechna prvočísla. Navíc je jakýkoli pokus o nápravu tím, že bychom na soupisku přidali několik dalších prvočísel, předem odsouzen k nezdaru, neboť úplně stejná argumentace může být použita k důkazu, že ani nově rozšířený seznam nemůže obsahovat všechna prvočísla. Eukleidova metoda dokazuje, že žádný konečný soupis prvočísel není úplný. Odtud plyne, že musí existovat nekonečně mnoho prvočísel.

Reiss se během několika let vypracoval ve schopného mladého matematika a dokonce získal místo v matematickém reprezentačním družstvu státu Connecticut. Zároveň ale rostla jeho záliba v psaní komediálních scének a dokonce se mu v tomto směru dostalo i jistého uznání. Například když se před ním jeho zubař vychloubal, že často zasílá vtipné, avšak nepříliš úspěšné povídky do soutěže časopisu *New York*, trumfl ho mladý Michael oznámením, že je tam posílá též a že mu jich už několik otiskli a získal za ně jistá ocenění. „Jako dítě jsem toho mohl vyhrát spoustu,“ říká Michael. „Neuvědomoval jsem si, že soutěžím s profesionálními spisovateli. Až později jsem zjistil, že všichni autoři *Tonight Show* také kdysi dávno zasílali své příspěvky do soutěže, a já jsem tam přitom vyhrával už v deseti letech.“



Mike Reiss (druhý zleva v zadní řadě) na fotografii matematického družstva školy Bristol Eastern High School. Kromě kouče týmu pana Kozikowského, kterého vidíme na fotografii, měl Reiss mnoho dalších matematických instruktorů. Například jeho učitel geometrie se jmenoval Bergstromm. V epizodě nazvané „Lízín let do nebe“ z roku 1991 mu projevil Reiss svůj vděk tím, že Lízina inspirativního suplujícího učitele pojmenoval po něm.

Když dostal Reiss nabídku ke studiu na Harvardu, musel si vybrat, jestli bude studovat matematiku, nebo anglický jazyk. Touha stát se spisovatelem nakonec nad vášní pro čísla převážila, avšak jeho matematická mysl zůstala navždy aktivní a na svou první lásku nikdy nezapomněl.

Druhý z nadaných matematiků, kteří se zasloužili o vznik *Simpsonových*, prošel v dětství podobným vývojem. Al Jean se narodil v Detroitu v roce 1961, je tedy o rok mladší než Mike Reiss. Sdílel Reissovu vášeň pro Gardnerovy hádanky a také se účastnil matematických soutěží. V roce 1977 se na matematických přeborech státu Michigan dělil o třetí místo, přičemž zde soutěžilo přes dvacet tisíc studentů z celého státu. Účastnil se dokonce i letních táborů zaměřených na matematické rychlokurzy, které pořádaly školy Lawrence Technological University a University of Chicago. Tábory byly vybudovány během studené války a jejich cílem bylo vyprodukovat matematicky uvažující mozky schopné konkurovat těm, které do světa vypouštěl sovětský systém elitních matematických škol. Jako důsledek těchto intenzivních příprav byl Jean přijat ke studiu matematiky na Harvardu ve věku pouhých šestnácti let.

Od prvního okamžiku, kdy se na Harvardu ocitl, zmínil se Jean mezi studiem matematiky a svým nově objeveným zájmem o psaní komediálních scének. Po čase byl přijat za člena nejstaršího humoristického časopisu na světě zvaného *Harvard Lampoon*, v důsledku čehož pak trávil ještě méně času přemýšlením o matematických důkazech a ještě více času vymýšlením vtipů.

Také Reiss psával do *Harvard Lampoon* a proslavil se díky tomu po celé Americe, když časopis knižně vydal jeho parodii na Tolkienovu klasiku *Za pár prstenů* (Bored of the Rings). V sedmdesátých letech pak následovalo hrané divadelní představení *Lemmings* a pak rozhlasová hra nazvaná

Hodinka národního zesměšnění. Reiss a Jean se časem spřátelili a vytvořili v časopisu spisovatelskou dvojici. Tato zkušenost jim dodala na sebevědomí, což se projevilo tím, že po vystudování univerzity našli dostatek odvahy k tomu, aby se ucházeli o místa autorů televizních komediálních pořadů.

Jejich velká chvíle přišla v okamžiku, kdy byli přijati na místa autorů pořadu *The Tonight Show*, kde bylo jejich vrozené nerdství velmi ceněno. Moderátor pořadu Johnny Carson byl nejen amatérským astronomem, ale také se často zabýval odhalováním podvodných pseudověd. Tu a tam věnoval sto tisíc dolarů Vzdělávací nadaci Jamese Randiho, organizaci zaměřené na podporu racionálního myšlení. Podobně Reiss a Jean, jakmile opustili *The Tonight Show* a přidali se k tvůrčí skupině píšící pro *It's Garry Shandling's Show*, zjistili, že i sám Garry Shandling byl kdysi vystudovaným elektroinženýrem, a to přímo z Arizonské univerzity, než opustil řemeslo a dal se na dráhu komika.

Později, když už se Reiss a Jean stali členy tvůrčího týmu první série *Simpsonových*, pochopili, že dostali ideální příležitost, jak se veřejně vyznat ze své lásky k matematice. *Simpsonovi* představovali nejen úplně nový typ pořadu, ale také dosud nepoznaný formát kresleného seriálu vysílaného v nejlepším programovém čase a zaměřeného na naprosto všechny věkové kategorie. Neplatila pro něj žádná vžitá pravidla, a právě proto možná bylo Reissovi a Jeanovi dovoleno, ba přímo k tomu byli vybízeni, aby „zanerdovali“ jakoukoli epizodu, u které to jen trochu půjde.

U první a druhé série *Simpsonových* byli Reiss a Jean klíčovými členy tvůrčí skupiny. To jim umožnilo vetknout do dialogů několik zásadních matematických odkazů. Matematické srdce *Simpsonových* ovšem tlučte ještě silněji od třetí série dále, protože oba absolventi *Harvard Lampoonu* mezitím povýšili na šéfproducenty.



Fotografie matematického družstva z ročenky Harrison High School z roku 1977. Na popisku se dočteme, že Al Jean stojí jako třetí zleva v zadní řadě a že získal první a třetí místo v přeboru státu Michigan. Jeanovým nejvlivnějším učitelem býval Arnold Ross, který organizoval letní školu na Chicagské univerzitě.

Pro matematickou historii *Simpsonových* tento fakt znamenal zásadní průlom. Od této chvíle totiž Reiss a Jean mohli nejen nadále cpát své matematické vtípky do epizod, ale teď mohli navíc ještě vesele verbovat další tvůrčí členy se silným matematickým zázemím. V následujících letech postupně získaly porady scenáristů atmosféru připomínající cvičení z geometrie nebo seminář z teorie čísel a výsledné pořady pak obsahovaly více matematických narážek než kterýkoli jiný seriál v historii televizního vysílání.