

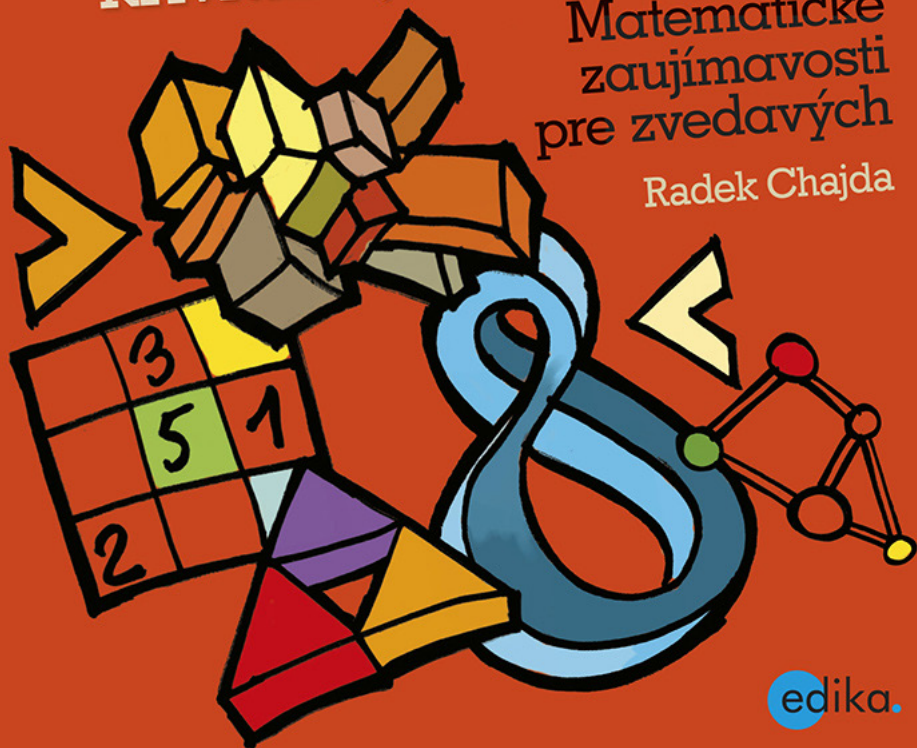
edícia  
hravá veda  
11-15 rokov

# Hravá matematika

Kúzla s telesami,  
krivkami, číslami, tvarmi

Matematické  
zaujímavosti  
pre zvedavých

Radek Chajda



edika.

# Hravá matematika

Aj v tlačenej verzii

Objednať si môžete na stránke  
[www.albatrosmedia.sk](http://www.albatrosmedia.sk)



**Radek Chajda**  
**Hravá matematika – e-kniha**  
Copyright © Albatros Media a. s., 2016

Všetky práva sú vyhradené.  
Nijaká časť tejto publikácie sa nesmie rozširovať  
bez písomného súhlasu majiteľov práv



# 1. NA ÚVOD

Nepripadá vám matematika hravá? Pre väčšinu ľudí je matematika, žiaľ, nie príliš zaujímavý školský predmet s veľmi náročným počítaním. Aj tak však môže byť zábavná, zaujímavá, a dokonca krásna!

Veď v starovekom Grécku učitelia hľadali krásu, harmóniu a dokonalosť práve v matematike. Táto publikácia vám priblíži niektoré ich výsledky, rovnako ako aj výsledky ďalších, „mladších“ matematikov, a to takou formou, aby vás kniha zaujala. Je smutné, že súčasná školská matematika na väčšinu týchto zaujímavých oblastí úplne zabúda a matematika sa potom zdá fádna a nudná. Preto sa v tejto publikácii pokúsim tento nedostatok vynahradiť a ukázať vám matematiku z inej stránky.



Čitateľom odporúčam, aby si po prečítaní knihy všetko sami vyskúšali, pretože len tak môžu spoznať pravú radosť objaviteľa. Pri symbole červenej kocky zo stavebnice nájdete vždy hravú úlohu.

Hlavné návody označené ako „Lahké“ zvládne naozaj každý!

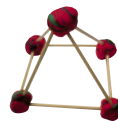
Vstúpte teda do krásneho a zaujímavého sveta matematiky.

Ste vítaní!

Autor

**HRÁME SA  
S TELESAMI**

# 1. DOKONALOSŤ PRE LEŇOCHOV



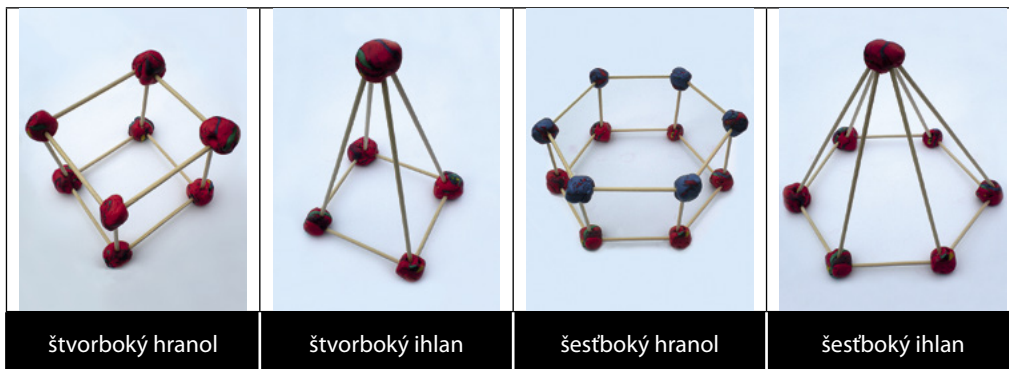
Poobzerajme sa okolo seba očami matematika. Predmety, ktoré ľudia vyrábajú, majú veľmi často tvar pravidelných priestorových geometrických telies, napríklad kocky, kvádra alebo valca. Možno nájdete aj zaujímavejšie tvary, určite však pôjde o teleso istým spôsobom pravidelné alebo aspoň symetrické. Podobné je to aj so stavbou hmoty. Atómy sú usporiadané v kryštalickej mriežke pravidelne, kryštály majú tvar základných geometrických útvarov. Môžeme tak povedať, že v prípade pravidelných telies nejde o ľudský vynález, ale o samotné usporiadanie prírody. Takéto tvary sú totiž najpevnnejšie a dajú sa dobre skladať vedľa seba. Predstavte si, aké nepraktické by pre obchody boli škatule nepravidelných tvarov, ktoré by sa nedali skladať na seba.



Pripomeňme si základné názvy. Teleso, ktoré má navrchu i naspodku zhodné podstavy, spojené bočnými stenami, je *hranol*, špeciálnymi tvarmi sú kváder a kocka. Ak sa bočné steny zbiehajú hore do špičky, teda do jedného bodu, vzniká *ihlan*.



Ste hraví? Skúste si pre začiatok vyrobiť modely týchto telies zo špajlí, ktoré v rohoch spojíte guľôčkami plastelíny. Budú ozdobou vášho pracovného stola!

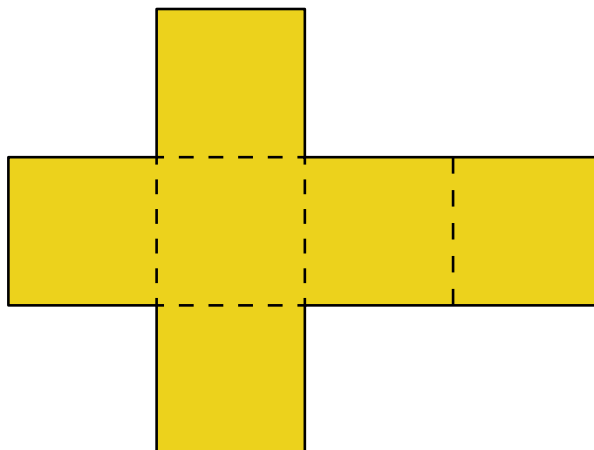


Samozrejme, fantázii sa medze nekladú, určite vymyslíte veľa ďalších krásnych telies. Zároveň si všímajte, ktoré tvary sa na týchto telesách opakujú. Napríklad štvorboký ihlan vznikol spojením štvorca a štyroch trojuholníkov, ktoré tvoria bočné steny. Zato pri kocke si vystačíme iba so samými štvorcami. A zo všetkých strán je rovnaká, je úplne jedno, na ktorú stranu ju postavíte, všetky hrany má rovnako dlhé – patrí medzi pravidelné telesá. Takýchto pravidelných telies, ktoré sa skladajú iba z jedného druhu pravidelných geometrických tvarov, existuje dokopy päť. Hovorí sa im aj *platónske telesá* podľa Platóna, ktorý preskúmal celú túto „veľkú päťku“. Pozrime sa na každé z nich podrobnejšie.



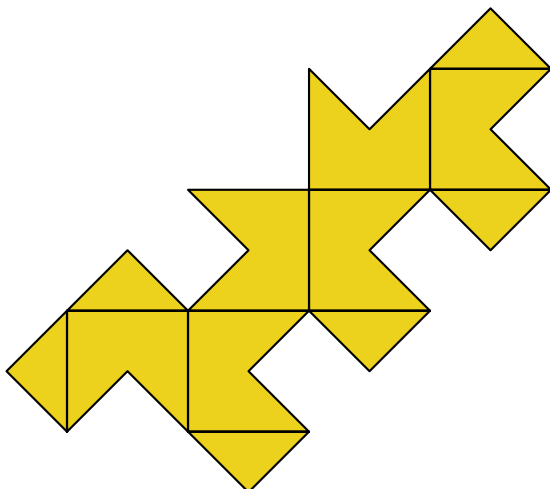
## 2. PRVÝ Z VEĽKEJ PÄŤKY

Najlepšie asi poznáte obyčajnú kocku. Ak ste niekedy už vyrábali kocku z papiera, museli ste si vystrihnúť takzvanú *sieť kocky*, ktorá vyzerala pravdepodobne takto:





Dá sa vystrihnúť viacerými spôsobmi, čo však povieť na tento obrázok – je na ňom sieť kocky alebo nie? Ak si to nedokážete predstaviť, vystrihnite obrazec z papiera a skúste kocku zložiť.



Je zaujímavé, že pre všetky priestorové telesá s rovinnými stenami, to znamená aj pre nepravidelné, platí jeden vzorec. Vyjadruje vzťah medzi počtom vrcholov –  $V$ , stien –  $S$  a hrán –  $H$ . Pochádza od matematika Leonharda Eulera:

$$V + S = H + 2$$

Napríklad kocka má 8 vrcholov (teda  $V = 8$ ), 6 stien (teda  $S = 6$ ) a 12 hrán ( $H = 12$ ). Keď tieto čísla dosadíme do Eulerovho vzorca, skutočne platí  $8 + 6 = 12 + 2$ .

Skúste vzorec overiť pre ďalšie telesá.

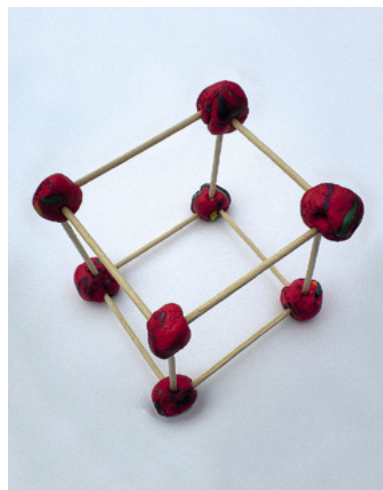
Napríklad pre štvorboký ihlan platí:

$V = 5$  (5 guľôčok plastelíny),

$S = 5$ ,

$H = 8$  (8 špajlí),

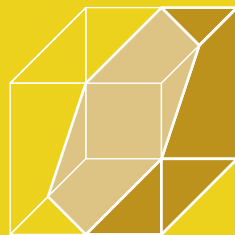
takže  $5 + 5 = 8 + 2$ . Funguje to!





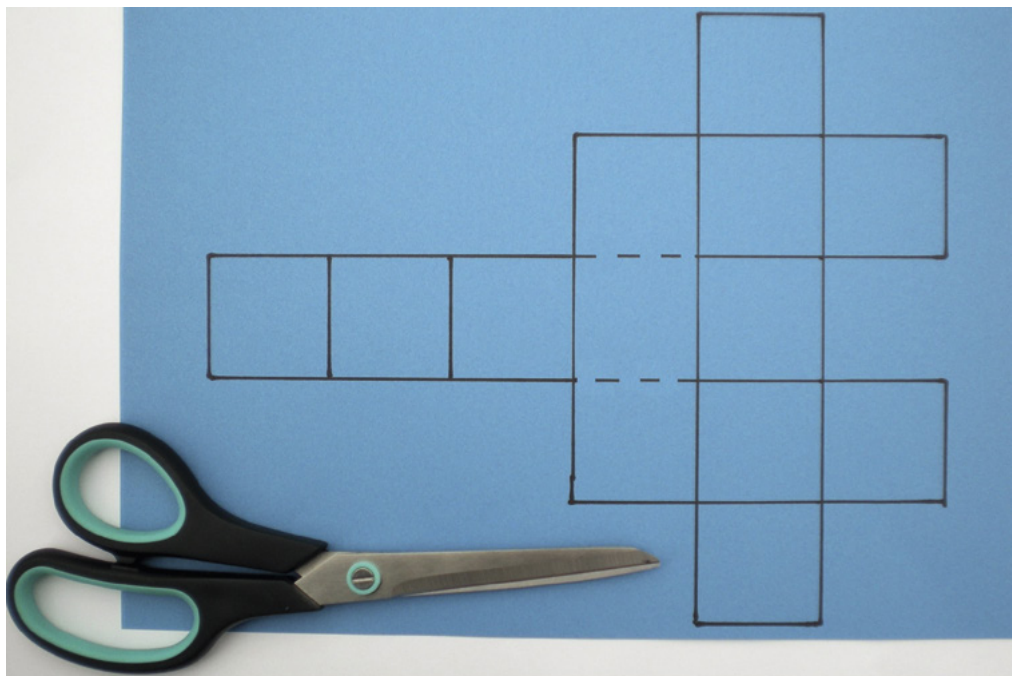
### NÁJDITE V KOCKE ŠEŠŤUHOLNÍK

Jednou z klasických úloh s kockou je nájsť spôsob, ako jedným rezom rozrezať kocku tak, aby vznikol pravidelný šesťuholník (to jest taký, ktorý má zhodné všetky dĺžky strán aj veľkosti vnútorných uhlov). Všetko je jasné z obrázka, avšak asi nechápate, kde sa v kocke vzal šesťuholník. Keď si uvedomíte, že kocka má práve šesť stien, tak možno pochopíte, že rez musí ísť tak šikmo, aby prešiel všetkými šiestimi stenami. Je to trochu ťažko predstaviteľné, asi bude lepšie vziať si napríklad kus polystyrénu a nôž a všetko si vyskúšať. Vyrežte si kocku, potom označte fixkou stredy hrán, kadiaľ pôjde rez, a môžete opatrne rezať.



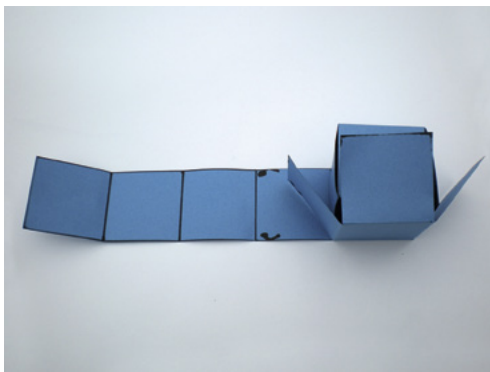
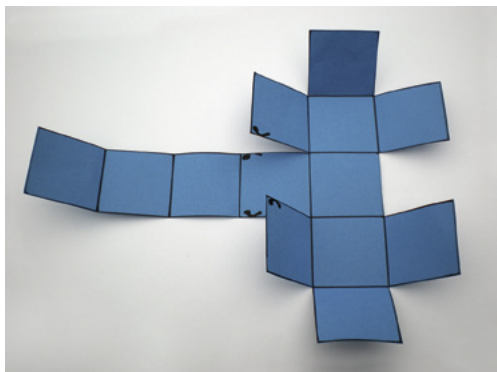
### KOCKA BEZ NÁMAHY

Ak chcete vyrobiť kocku z papiera, musíte ju zlepiť na všetkých hranách, čo dá dosť práce (a okrem toho by ste museli nájsť lepidlo, že?). Skúste si vyrobiť našu kocku bez lepenia! Stačí vystrihnúť tvar podľa obrázka a nastrihnúť ho podľa prerušovaných čiar





a už môžete skladať. Najprv štvorce prehnite pozdĺž všetkých čiar. Začnite skladať boky,



potom prostrednú dlhú časť a nakoniec posledný štvorec zasuňte dovnútra, aby teleso držalo pohromade.



A máte kocku hotovú!