martin mojžiš

dva hrby ťavy

veda z časopisu .týždeň

veda z časopisu .týždeň

martin mojžiš

dva hrby ťavy

ISBN 978-80-971196-3-8

• • • • •

Obsah

päťkrát o športe

päťkrát o pravde

päťkrát o žiarovke

päťkrát o héliu

päťkrát o všeličom

Namiesto úvodu

Všetci vieme, že v škole býva nuda. Jednou z hlavných príčin tejto nudy je chronický nedostatok zaujímavých otázok. Bežná škola sa otázkami príliš nezdržuje. Učí rovno odpovede.

Neraz sa dokonca stáva, že aj keď deti odpovedajú – či už ústne alebo písomne – neodpovedajú na otázky. Namiesto toho často reagujú len na krátke rozkazovacie vety. A niet sa ani veľmi čo čudovať, k nejednému učivu sa totiž zmysluplné otázky sformulovať nedajú.

Ako príklad uvediem jeden z poznatkov, ktorý som si do života odniesol z hodín prírodopisu. Práve tam som sa – okrem mnohých iných podobne dôležitých a vzrušujúcich vecí – dozvedel, že ťava patrí medzi párnokopytníky. Dodnes neviem, čo s tým. Ale viem skoro určite, že keď nás to skúšali, na nič sa nepýtali. Namiesto toho nám vydali stručný povel: „Vymenujte párnokopytníky!“

Umenie klásť zaujímavé otázky sa na našich školách takmer vôbec nepestuje. Čo je škoda, pretože ide o veľmi užitočné umenie. A pritom vôbec nie je ťažké také otázky nájsť. Už len keď si vezmeme tú ťavu, niektoré sa priam núkajú. Tak napríklad: Načo má ťava hrby? A prečo ich má dva?

Z týchto dvoch otázok je zaujímavejšia tá prvá, a to napriek tomu, že odpoveď na ňu všetci poznáme. Teda vlastne nie napriek tomu, ale práve preto. Vtip je v tom, že všeobecne známa odpoveď – ťava má hrby na nosenie zásob vody – je nesprávna. Druhá otázka tiež vyzerá celkom zaujímavo, ale v skutočnosti až taká zaujímavá nie je. A navyše je zavádzajúca. Ťava totiž nemá dva hrby. Má buď jeden alebo dva hrby. Pričom deväť z desiatich tiav má len jeden hrb. Naozaj, na zemeguli žije okolo 15 miliónov tiav a z nich 90 percent sú ťavy jednohrbé.

Prečo sú niektoré otázky zaujímavejšie ako iné? Aj to je zaujímavá otázka. Odpoveď je ukrytá v odpovediach. Otázky sa totiž väčšinou stávajú zaujímavými tým, že na ne nájdeme zaujímavé odpovede. Skúsme sa napríklad opýtať, načo má ťava dve oči alebo dve uši. Na prvý pohľad sú tieto otázky rovnako zaujímavé ako otázka o dvoch hrboch. Odpovede z nich robia oveľa zaujímavejšie otázky.

Výhoda dvoch očí oproti jednému spočíva vo výrazne zlepšenej priestorovej orientácii. Dve oči umožňujú takzvanú stereopsiu, čiže trojrozmerné videnie. Vďaka rôznym polohám vníma každé oko trochu iný obraz a mozog dokáže z odlišností v týchto obrazoch vydolovať informáciu o vzdialenostiach v predo-zadnom smere. Toto je mimoriadne dôležité pre predátorov, ktorí najmä vďaka tejto informácii vedia, aká je ich vzdialenosť od koristi a ako sa táto vzdialenosť počas lovu mení. Niet divu, že evolúcia uprednostnila u dravcov dve oči pred jedným.

Ťavy ovšem nie sú predátori a pri okusovaní trávy sa dve oči nezdajú byť až takou evolučnou výhodou. Načo sú teda dve oči bylinožravcom? Na to, aby ich v dostatočnom predstihu upozornili na blížiacich sa mäsožravcov. Na tento účel však nie je dôležité vedieť čo najlepšie vyhodnocovať vzdialenosti pred sebou, ale skôr vidieť čo najviac okolo seba. V prípade bylinožravcov preto evolúcia uprednostnila oči umiestnené skôr po stranách hlavy, na rozdiel od mäsožravcov, ktorí ich mávajú umiestnené viac vpredu.

Podobné je to s ušami. Aj tie umožňujú mozgu určiť smer, z ktorého zvuk prichádza (z drobných rozdielov vnemov jedného a druhého ucha). Je preto úplne prirodzené, že výsledkom evolúcie sú dve uši, a nie jedno. Čo sa hrbov týka, tam nemá dvojica nijakú zjavnú evolučnú výhodu. Či je hrb jeden alebo dva, na tom v podstate až tak nezáleží. Dôležité je, aby bol aspoň jeden.

Prečo je to dôležité? Pretože práve hrby umožňujú ťavám prežiť v nehostinných oblastiach s vysokými teplotami a zriedkavými pastvinami. V hrboch pritom ťavy nenosia vodu, ale tuk. Prečo ho nosia v hrboch, a nie v rámci svalov a podkožného tkaniva, ako to robia ostatné živočíchy? To súvisí s tepelnou reguláciou. Tuková vrstva je dobrý tepelný izolant, a to nie je zrovna vec, ktorú by ste na horúcej púšti nejako veľmi oceňovali.

No dobre, ale načo je ťavám tuk? Na to, aby sa ním mohli živiť pri nedostatku potravy (ťavy z hrbov „nepijú“, ony z nich „jedia“). Lenže dlho vydržia nielen bez potravy, ale aj bez vody. Energiu berú z tuku uloženého v hrboch, ale odkiaľ berú vodu? S vodou to robia veľmi rafinovane. Celý metabolizmus majú nastavený tak, aby jej potrebovali čo najmenej. Ťavy v skutočnosti vôbec nepotrebujú piť a k prežitiu im v prípade nutnosti stačí voda, ktorú obsahuje skonzumovaná tráva. Ale to ešte stále neodpovedá na otázku, odkiaľ berie ťava vodu, keď nemá ani len tú trávu.

Vodu získavajú ťavy z toho tuku. Pri spaľovaní tukov totiž vzniká voda – všetky živočíchy, vrátane človeka, vyrábajú pri spaľovaní tukov vodu. My túto vodu vydychujeme (v zime ju vidíme vo forme hmly, ktorá nám ide z úst), ťavy ju tiež vydychujú, ale len odtiaľ-potiaľ. Konkrétne od pľúc po nozdry, kde sa vďaka špecifickej štruktúre ťavieho nosa voda vyzráža a zostane tak v organizme.

Isteže, ani toto nemusí mnohým školopovinným deťom pripadať zaujímavé, pretože sa ich to netýka o nič viac ako párnokopytnosť. Také deti sa môžeme pokúsiť zaujať rozprávaním o tom, ako domestifikácia tiav umožnila ľuďom osídliť oblasti, ktoré by inak boli pre nich nedostupné (ťavy slúžili či slúžia týmto ľuďom nielen ako dopravný prostriedok, ale aj ako zdroj mlieka, mäsa, vlny a dokonca aj trusu, ktorý sa dá použiť ako palivo).

Samozrejme, ani toto sa našich detí bezprostredne netýka, ale stále sme nevyčerpali všetky tromfy. V talóne máme ešte rozprávanie o tom, ako výrazne ovplyvnili ťavy dejiny sveta, vrátane našich dejín. Rozprávanie o karavánach cez nehostinné oblasti, ktoré umožnili dávne obchodné kontakty Európy s Čínou (Hodvábna cesta, ťava dvojhrbá) a s Indiou (korenie, ťava jednohrbá). Rozprávanie o tom, ako križiacke výpravy narušili tieto obchodné cesty, ako sa s obrovskou námahou hľadali nejaké alternatívne spojenia, ako to viedlo k úžasnému rozmachu moreplavby a objaveniu Ameriky a tak ďalej, a tak ďalej.

Pravdou je, že ani toto všetko nemusí deti zaujať. Ale predsa len je tu určitá šanca, že ich to zaujme viac, než zaradenie tiav medzi párnokopytníky či prežúvavce. Inými slovami, ak raz bude naším cieľom nielen nalievať deťom do hláv informácie, ale aj reálne pritiahnuť ich pozornosť, je tu istý drobný priestor na zlepšenie. Už len tie ťavy, ale s nimi aj tisícky ďalších vecí, sú totiž v skutočnosti oveľa zaujímavejšie, než to vyzerá z našich školských lavíc.

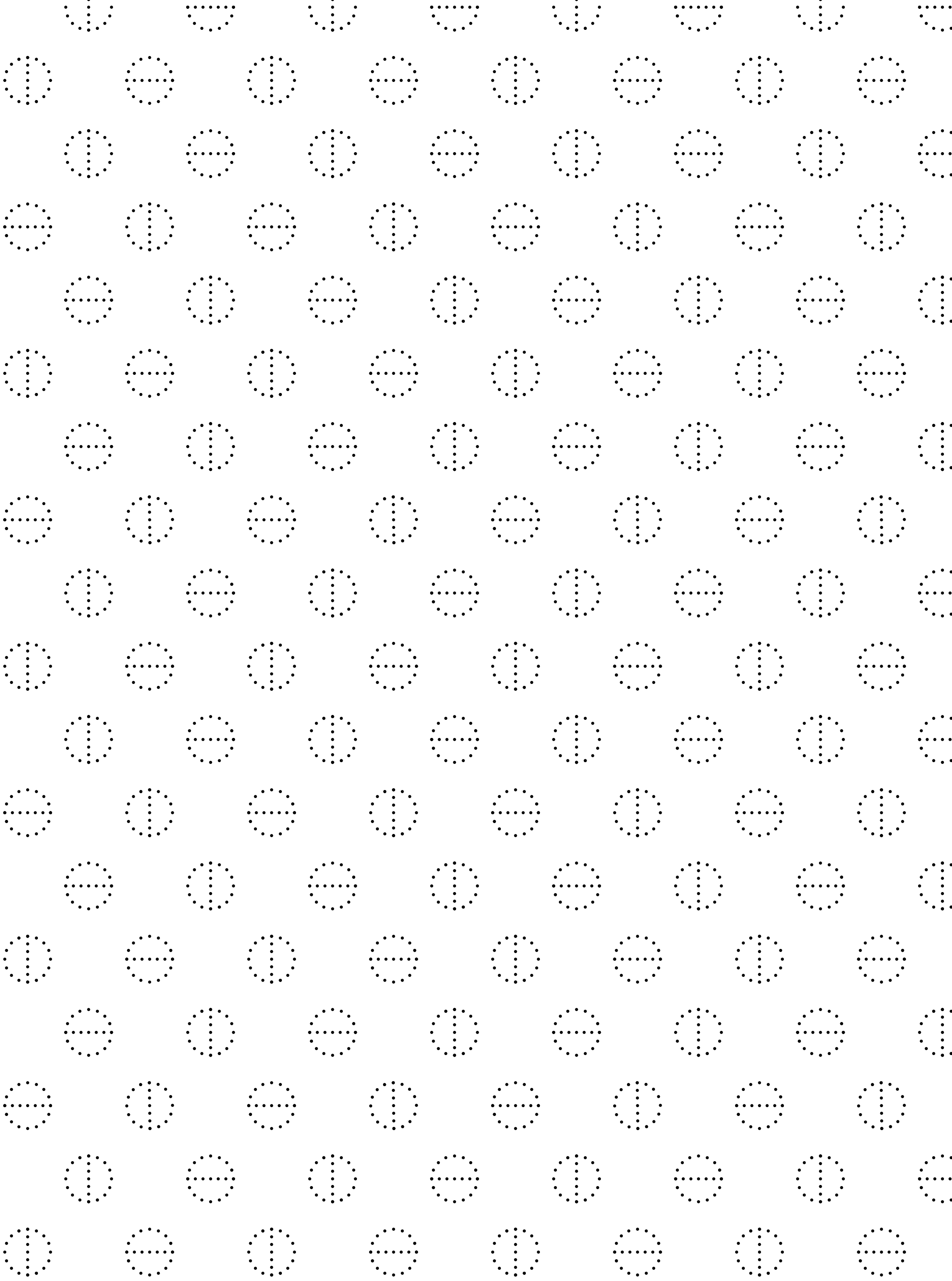
• • • • •

Zo všetkého, čo bolo zatiaľ povedané, by sa mohlo zdať, že nášmu školskému systému vyčítam nedostatočný dôraz na zaujímavé otázky a odpovede. No, možnože aj trochu vyčítam, ale v istom zmysle som mu za to vďačný. Ak by totiž škola prezradila všetko zaujímavé, čo sa prezradiť dá, nemal by som o čom písať v rubrike .veda časopisu .týždeň. A to by ma mrzelo, pretože tento časopis považujem za mimoriadne dôležitý a som veľmi rád, že sa môžem na jeho vydávaní nejakým spôsobom zúčastňovať.

Prvých 50 článkov uverejnených v spomínanej rubrike sme vydali minulý rok knižne pod názvom *Jeden výdych koňa*. Teraz vydávame ďalších 50 článkov, ktoré vyšli časopisecky v rokoch 2006 a 2007. Články sú väčšinou ponechané v pôvodnej forme, bez väčších zmien (čo znamená aj ponechanie občasných politických narážok, ktoré sú v časopise aktuálne, a teda celkom prirodzené, hoci v knihe vydanej v odstupe niekoľkých rokov môžu pôsobiť viac či menej umelo).

Takže, aby som to zhrnul: za vydanie tejto knižky som vďačný nášmu školskému systému a redakcii .týždňa. A ešte chcem povedať, že práca v .týždni je pre mňa jednou z najzaujímavejších životných skúseností. Bez nej by som pravdepodobne nebol celkom ten človek, ktorý dnes som. Najväčšia vďaka však patrí mojej mame Ive. Bez nej by som celkom určite nebol vôbec nič.

päťkrát o slávnych číslach



Jasná jednotka

Ktoré číslo je najslávnejšie? Tri, sedem, milión? Zdanlivo detinská otázka, napriek tomu sa matematici pomerne dobre zhodnú možno nie na jednom, ale na pätici najslávnejších čísiel. Ideálny materiál na seriál do .týždňa.

Hviezdnu päticu tvoria: jednotka, nula, Ludolfovo číslo π, Eulerovo číslo e a imaginárna jednotka i. Každé z nich reprezentuje nejakú významnú časť matematiky a súčasne aj dôležitú etapu v histórii tejto vedy. Jednotka je úplným základom počítania, nula je úžasným vynálezom, bez ktorého by sa niektoré časti matematiky vôbec nemohli rozvinúť. Číslo π symbolizuje celú geometriu, číslo e zas takzvaný diferenciálny a integrálny počet. A napokon číslo i je stelesnením veľmi abstraktnej matematickej konštrukcie vedúcej k veľmi konkrétnym praktickým aplikáciám.

Miss teoréma

V roku 1988 usporiadal časopis The Mathematical Intelligencer anketu, v ktorej čitatelia volili najkrajšie matematické tvrdenie (teorému) všetkých čias. Jasnou jednotkou sa stalo tvrdenie o fascinujúcom súvise spomínaných piatich čísiel. Ide o vzťah $e^{i\pi} + 1 = 0$, ktorý matematici považujú za krásne jednoduchý a jednoducho krásny.

Prečo? No už len sústredenie takých jagavých matematických celebrít na takom malom priestore je samo osebe husársky kúsok. Uvedený vzťah však nie je krásny len svojou trblietavosťou. Pozoruhodná je aj jeho nedbalá elegancia, tajomná mystika a prekvapujúca hĺbka.

Naozaj je to elegantný vzťah. Každé z piatich spomínaných čísiel sa v ňom vyskytuje práve raz. Okrem toho obsahuje tento vzťah tri základné matematické operácie – sčítanie, násobenie a umocňovanie – tiež každú práve raz. A už nič viac.

Naozaj je to skoro až mystický vzťah. Ešte aj v takej triezvej disciplíne, ako je matematika, sa vyskytujú imaginárne, iracionálne a transcendentné čísla, pričom každý z týchto pojmov má úplne presný matematický význam. Z našich piatich čísiel je jedno (konkrétne i) imaginárne a dve (konkrétne π a e) sú súčasne iracionálne aj transcendentné. Nuž a pomerne jednoduchá kombinácia týchto trochu tajomných čísiel dá odrazu niečo také elementárne, ako je jednotka a nula. V tom musí byť buď nejaký lacný trik, alebo niečo naozaj hlboké.

Správna je druhá možnosť: je to naozaj hlboký vzťah. Prekvapujúco úzky súvis čísiel, pochádzajúcich z rôznych kútov matematického sveta, poukazuje na podivuhodnú jednotu celej matematiky. Ak sa veci, ktoré spolu zdanlivo nijako nesúvisia, odrazu ukážu byť veľmi silno previazané, vždy to znamená niečo podstatné. Pôvodne roztrieštený obraz sa naraz stáva oveľa zrozumiteľnejším, jednotlivé časti vidíme odrazu v celkom inom svetle, a súčasne s tým sa často odhaľujú nové, dovtedy netušené rozmery.

Hádam stojí za to povedať si o tejto jasnej jednotke v súťaži krásy medzi teorémami niečo viac. Na to si však budeme musieť najprv čosi povedať o každom z piatich čísiel, ktoré v nej vystupujú. A začneme, ako inak, jasnou jednotkou.

Soľ nad zlato

Niektoré veci sú natoľko dôležité, že sa bez nich nedá existovať. Ich význam si práve preto často vôbec neuvedomujeme, považujeme ich za samozrejmosti. Nie je ľahké povedať o nich niečo zaujímavé, dokonca čím sú samozrejmejšie, tým je to ťažšie.

Vezmime si na ilustráciu príklad z biológie. Sodíkové, draslíkové a vápnikové ióny sú pre fungovanie bunky nepostrádateľné, ale nie každý to vie. O potrebe pravidelného prísunu solí obsahujúcich tieto ióny do živého organizmu sa preto dá pomerne zaujímavo a živo hovoriť. Rozprávka „Soľ nad zlato“ je založená práve na tom, že si túto nevyhnutnosť nemusíme hneď uvedomiť a chvíľu trvá, kým nám svitne. Vtip je práve v tom, že to chvíľu trvá. Rozprávka „Voda nad zlato“ by bola o poznanie kratšia a do značnej miery by postrádala moment prekvapenia. A to už vôbec nehovoríme o rozprávke „Vzduch nad zlato“.

Hovoriť zaujímavo o jednotke nie je ľahké, pretože jednotka je pre matematiku niečo také samozrejmé, ako je pre človeka vzduch. Zo spomínaných piatich čísiel je pritom práve ona úplne najdôležitejšia. Jej dôležitosť je síce maskovaná jej obyčajnosťou, ale nenechajme sa pomýliť – jednotka je koreňom, z ktorého vyrastá celá matematika.

Aby sme to aspoň trochu precítili, predstavme si na chvíľu, že z matematiky nevieme vôbec nič. Základom matematiky je počítanie a základom počítania je to, že si na niektorých veciach prestaneme všímať detaily a sústredíme sa len na určité spoločné znaky. To nám umožní považovať ktorýkoľvek strom za „jeden strom“, ktorýkoľvek prst za „jeden prst“ a tak ďalej. Na stromoch a prstoch je pritom zaujímavé to, že sa často vyskytujú nie ako jeden strom a jeden prst, ale ako viac stromov či prstov. Občas sa napríklad stane, že vidíme jeden strom a ešte jeden a už nič viac. Ak sa podobná situácia opakuje často a pripadá nám zaujímavá, môžeme jej dať špeciálne meno, budeme tomu hovoriť „dva stromy“. Iná pozoruhodná kombinácia je jeden strom a ešte jeden a ešte jeden a už nič viac. Hovoríme tomu „tri stromy“. S prstami je to podobne.

Rozhodujúci krok k matematike urobíme, ak si na strome či prste prestaneme všímať úplne všetko okrem toho, že je jeden. Už nie jeden strom či jeden prst, už len jeden. Týmto nenápadným, ale v skutočnosti obrovským mentálnym krokom získame prvé číslo – číslo jeden. A teraz už nás nič nezadrží.

Keď vezmeme takýto jeden a pridáme k nemu ešte jeden, dostaneme dva. Už nie dva stromy, nie dva prsty, ale číslo dva. Potom tri a tak ďalej. Zrazu sa pred nami objavia takzvané prirodzené čísla a neobyčajné dobrodružstvo matematiky sa môže začať.

Teória čísiel

Jednotka a z nej vyrastajúce prirodzené čísla sú však zaujímavé nielen z historického hľadiska. Teória (prirodzených) čísiel je dodnes veľmi živou oblasťou, ktorá je dokonca mnohými považovaná za kráľovskú matematickú disciplínu.

Dôvodov pre také vysoké hodnotenie je niekoľko. Tak po prvé, teória čísiel je naozaj čistá matematika. Jej cieľom nie sú nijaké aplikácie, ale len skúmanie abstraktného sveta čísiel (a to napriek tomu, že niektoré jej výsledky prinášajú aplikácie ako hrom – napríklad také šifrovanie založené na vlastnostiach prvočísiel, o ktorom sme písali v knihe *Jeden výdych koňa*). Po druhé, mnohé z jej tvrdení a dôkazov sú skutočne krásne. Znova môžeme ako príklad uviesť prvočísla, čiže čísla, ktoré sú bezo zvyšku deliteľné iba jednotkou a sebou samým. Euklidov 2300 rokov starý dôkaz toho, že prvočísiel je nekonečne veľa, je považovaný za jeden z najkrajších v celej matematike.* No a po tretie, mnohé

* Prvočísla sú také čísla, ktoré nie sú bezo zvyšku deliteľné nijakým menším číslom (okrem jednotky). Každé číslo, ktoré nie je prvočíslom, sa dá napísať ako súčin nejakých prvočísiel. Napríklad 30 sa dá napísať ako 2 × 3 × 5 a podobne.
Aby Euklides dokázal, že prvočísiel je nekonečne veľa, predpokladal najprv, že ich je konečne veľa. V takom prípade by existoval konečný zoznam všetkých prvočísiel a my by sme mohli všetky čísla z tohoto zoznamu navzájom vynásobiť. Výsledný súčin by bol bezo zvyšku deliteľný každým prvočíslom z tohto zoznamu (výsledkom takéhoto delenia je súčin všetkých ostatných prvočísiel). Tak, a teraz k tomu veľkému súčinu pripočítajme jednotku. Toto nové číslo by dalo pri delení

problémy teórie čísiel vyzerajú úplne jednoducho a pritom sú neuveriteľne zložité.

Na ilustráciu môžeme znova použiť prvočísla, konkrétne takzvané prvočíselné dvojčatá. To sú také dvojice prvočísiel, z ktorých jedno je len o dva väčšie od druhého. Príkladom prvočíselných dvojčiat sú dvojice 3 a 5, 11 a 13, alebo137 a 139. Koľko je prvočíselných dvojčiat? To nikto nevie. Táto na prvý pohľad veľmi jednoduchá otázka predstavuje mimoriadne ťažký matematický problém.

A takýchto ťažkých problémov je v teórii čísiel naozaj veľa. Patrí medzi ne aj jeden z najslávnejších problémov celej histórie matematiky – veľká Fermatova veta. Ide o zdanlivo celkom nevinnú otázku: existuje nejaké prirodzené číslo n väčšie ako 2 a k nemu trojica prirodzených čísiel x, y, z takých, aby platilo $x^n + y^n = z^n$? Uplynulo už viac ako 350 rokov odvtedy, čo si Pierre Fermat napísal na okraj knižky poznámku, že nijaká taká štvorica prirodzených čísiel neexistuje a že pozná elegantný dôkaz tohto tvrdenia. Dôkaz nikdy nikomu neukázal a až donedávna sa najväčšie matematické mozgy snažili takýto dôkaz vymyslieť. Podarilo sa to až celkom nedávno.

Pre čitateľov, ktorí sa prehrýzli až sem, máme pripravenú malú odmenu v podobe tipu na mimoriadne zaujímavú, poučnú, vzrušujúcu a napínavú knihu. Napísal ju Simon Singh, volá sa *Velká Fermatova věta* a vydala ju česká Academia. Je to naozaj skvelá populárna kniha a človek sa v nej dozvie veľa o tom, aké všelijaké zázraky v sebe ukrýva teória čísiel. Tá teória, ktorá vyrastá z jedného jediného čísla – z jednotky.

ktorýmkoľvek prvočíslom zvyšok jedna – tak bolo toto číslo skonštruované. To ale znamená, že nové číslo by nebolo deliteľné nijakým prvočíslom, a teda by samo bolo prvočíslom. Lenže v pôvodnom zozname všetkých prvočísiel sa toto číslo nenachádzalo, pretože je väčšie ako ktorékoľvek číslo zo zoznamu. Predpoklad kompletnosti konečného zoznamu prvočísiel teda vedie k záveru o jeho nekompletnosti. Inými slovami, po preskúmaní dôsledkov tento predpoklad vyvracia sám seba. Prvočísiel teda nemôže byť konečne veľa, musí ich byť nekonečne veľa.

Úplná nula

Skoro každá vec je niečím zaujímavá. Ale čím už len môže byť zaujímavé „nič“? Asi ničím – povedala by zrejme väčšina z nás. To jest sebou samým – dodal by možno filozof. A ešte všeličím iným – doplnil by matematik.

Je to možno prekvapujúce, ale nula je jedným z najväčších objavov v raných dejinách matematiky. A prekvapujúce je to dvojnásobne. Jednak tým, že niečo také bezvýznamné ako číselné vyjadrenie „ničoho“ bolo treba objaviť, a jednak tým, že tento objav bol taký významný.

Sama osebe nie je nula príliš zaujímavá. Takou sa stáva až v súvislosti s inými matematickými objektmi, napríklad s veľkými číslami, zápornými číslami či nekonečnom. K viacerým základným matematickým pojmom vedie cesta práve cez nulu. Nula je kľúčom od niekoľkých matematických komnát, ktoré rozhodne stálo za to otvoriť.

Veľká komnata

Asi to znie paradoxne, ale nula je v prvom rade dôležitá pre veľké čísla. A keďže naozaj veľké čísla potrebujú ľudia len málokedy, ani nulu dlho nepotrebovali. Niektoré staroveké civilizácie, napríklad Gréci a Rimania, zapisovali čísla spôsobom, ktorý vôbec neumožňoval dostať sa ku skutočne veľkým číslam. Zapísať pomocou rímskych číslic dvanásť a pol milióna nie je jednoduché (musíte napísať 12 500 krát M), ale pre Rimanov to zrejme nepredstavovalo nijaký vážny problém, pretože s takým veľkým číslom sa nikde nestretli.

Na zaznamenanie skutočne veľkých čísiel nepostačuje grécko-rímsky spôsob zápisu pomocou písmen, na to potrebujeme takzvanú pozičnú sústavu (napríklad našu desiatkovú). Ani tá však automaticky neznamená používanie nuly. Babylonci poznali šesťdesiatkovú sústavu viac než tisíc rokov, a nulu pritom nepotrebovali. Tam, kde my píšeme nulu, jednoducho nepísali nič. Takýto prístup by v našich dnešných zápisoch znamenal, že číslo stošesť by sme písali nie ako 106, ale ako 16.

Nevýhoda takéhoto zápisu je evidentná: ako má človek vedieť, či sa myslí stošesť alebo šestnásť? S tým si však Babylončania dlho hlavu nelámali. Z kontextu bolo predsa vždy jasné, o ktoré číslo išlo. No a keď už to z kontextu celkom jasné nebolo, vymysleli nový trik. Tam, kam dnes dávame nulu a oni tam nedávali nič, začali dávať nič. Vo forme medzery. S týmto trikom by zápis čísla stošesť vyzeral takto: 1 6. Ešte to nie je celkom ono, ale je to zjavné zlepšenie.

Napokon, po asi 15   rokoch (čitateľ si určite všimol dve nadbytočné medzery za číslicou 5, takže je mu jasné, že sme mali na mysli tisícpäťsto rokov) začali Babylončania používať špeciálny znak na označenie medzery v zápise čísiel. Stalo sa tak okolo roku -300. Naschvál používame zápis pomocou záporného čísla, pretože objavom nuly sa otvorila cesta k záporným číslam.

Záporná komnata

Babylončania neboli jediní, kto objavil použitie nuly ako špeciálneho znaku pri zápise čísiel v pozičnej číselnej sústave. Rovnakú vec objavili aj Mayovia, ktorí používali dvadsiatkovú sústavu, a objavil ju dokonca aj grécky astronóm Ptolemaios. Avšak nijakú ďalšiu kariéru už nula u Babylončanov, Mayov ani Grékov neurobila. Tú urobila až v Indii.

Až v Indii totiž zobrali nulu vážne nielen ako znak, ale ako plnohodnotné číslo. A začali si klásť otázky, čo dostaneme, ak odčítame od nuly nejaké iné číslo. V siedmom storočí indický matematik a astronóm Brahmagupta sformuloval pravidlá aritmetiky nielen pre prirodzené čísla, ale aj pre záporné čísla a nulu. Brahmagupta už vie, že „záporné číslo odčítané od nuly je kladné, kladné číslo odčítané od nuly je záporné, nula odčítaná od záporného čísla je záporné číslo, nula odčítaná od kladného čísla je kladné číslo, nula odčítaná od nuly je nula“.

Aj keď to na prvý pohľad nie je zrejmé, povýšenie nuly z obyčajnej značky na plnohodnotné číslo bolo dôležitým krokom. Nielenže rozšírilo matematiku o ďalšie potenciálne veľmi užitočné čísla, ale navyše umožnilo výrazné zjednodušenie aritmetiky. Zdokonalenú aritmetiku prebrali po niekoľkých storočiach od Indov Arabi a ich prostredníctvom sa dostala do Európy. Naše dnešné počítanie, ktoré sa učíme na základnej škole, pochádza od Arabov a Indov. Bez nich by sme možno dodnes používali rímske číslice. Ak si chcete predstaviť, čo by to asi znamenalo v praxi, skúste vypočítať, koľko je MDCIV × (CLXV – DXII). Bez použitia arabských číslic, samozrejme.

Nule vďačíme naozaj za veľa. Väčšinou sa to však akosi ostýchame navonok prejaviť. Ešteže to za nás urobil Marián Fecko vo svojej knihe *Differential Geometry and Lie Groups for Physicists*, ktorá vyšla vo vydavateľstve Cambridge University Press. V jednej z poznámok pod čiarou sa tam môžeme dočítať nasledovné: „Na tomto mieste by sa autor rád poďakoval Indom za vynájdenie nuly, ako aj všetkým národom, jednotlivcom a firmám, ktoré sa zaslúžili o jej zavedenie na náš trh.“

Nekonečná komnata
S jednou vecou však indickí matematici zápasili len veľmi ťažko. Išlo o delenie nulou. Brahmagupta píše, že „kladné alebo záporné číslo delené nulou je zlomok, ktorého menovateľ je nula". Z toho príliš nezmúdrieme. O dvesto rokov neskôr je iný indický matematik Mahavira konkrétnejší, keď píše, že „číslo po delení nulou zostáva sebou samým". To už je oveľa jasnejšie, škoda len, že je to úplne zle. Ale ak počkáme ďalších tristo rokov, dozvieme sa od ďalšieho Inda, tentoraz Bhaskaru, že „hodnota delená nulou dáva nekonečnú hodnotu".

Prostredníctvom delenia súvisí nula veľmi úzko s jedným z najvzrušujúcejších matematických objektov – s nekonečnom. Delenie nulou nie je nezmysel, delenie nulou je svetlo v tmách, ktoré ukazuje na jednej strane cestu k diferenciálnemu a integrálnemu počtu, a na strane druhej cestu ku skúmaniu samotného nekonečna.

A keď už sme pri tom nekonečne, nemôžeme nespomenúť teóriu množín. Tú vymyslel Georg Cantor práve ako nástroj na matematické uchopenie nekonečna. Postupom času sa však ukázalo, že v rámci teórie množín sa dá sformulovať prakticky celá matematika. Zaujímavé pritom je, ako veľa sa dá vybudovať z jediného pojmu – z pojmu prázdnej množiny.

Tá, podobne ako nula, reprezentuje v nejakom zmysle „nič". Ak si chceme čísla predstaviť ako množiny, potom prázdna množina predstavuje nulu. Jednoprvková množina, obsahujúca ako jediný svoj prvok prázdnu množinu, predstavuje číslo jeden a tak ďalej. V rámci teórie množín môžeme z prázdnej množiny vytvoriť všetky čísla a mnohé iné objekty. Nula je tu v nejakom zmysle koreňom, z ktorého vyrastá skoro celá matematika. Minule sme tvrdili niečo veľmi podobné o jednotke, nuž ale to bolo minule, dnes je reč o nule.

Každopádne, ak by niekto ešte stále pochyboval o dôležitosti nuly a jednotky, pripomeňme už len jednu vec. Všetko, s čím pracujú počítače, sú nuly a jednotky. Nijaké iné čísla nepoznajú. A akí sú to chlapíci.

Takže si to zhrňme. Nula je veľmi dôležité číslo a nemali by sme ju podceňovať. Ak teda niekto vysloví hodnotiaci súd, podľa ktorého je napríklad Robert Fico úplná nula,* nemusíme to brať ako urážku. Môže to byť dokonca kompliment. Autor takéhoto hodnotiaceho súdu mohol mať na mysli to, aká významná môže byť nula. Alebo to, že existujú ešte aj záporné čísla.

* Článok bol napísaný začiatkom roku 2006, keď sa ešte Fico v princípe mohol (pri konskej dávke optimizmu) javiť ako marketingovo nafúknutá nula. Dnes je jasné, že nebol bublinou ani nulou, ale čímsi oveľa horším.