

*Josef Arlt
Markéta Arltová*

Finanční časové řady

*Vlastnosti, metody modelování,
příklady a aplikace*

Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude **trestně stíháno**.

Používání elektronické verze knihy je umožněno jen osobě, která ji legálně nabyla a jen pro její osobní a vnitřní potřeby v rozsahu stanoveném autorským zákonem. Elektronická kniha je datový soubor, který lze užívat pouze v takové formě, v jaké jej lze stáhnout s portálu. Jakékoliv neoprávněné užití elektronické knihy nebo její části, spočívající např. v kopírování, úpravách, prodeji, pronajímání, půjčování, sdělování veřejnosti nebo jakémkoliv druhu obchodování nebo neobchodního šíření je zakázáno! Zejména je zakázána jakákoliv konverze datového souboru nebo extrakce části nebo celého textu, umisťování textu na servery, ze kterých je možno tento soubor dále stahovat, přitom není rozhodující, kdo takovéto sdílení umožnil. Je zakázáno sdělování údajů o uživatelském účtu jiným osobám, zasahování do technických prostředků, které chrání elektronickou knihu, případně omezují rozsah jejího užití. Uživatel také není oprávněn jakkoliv testovat, zkoušet či obcházet technické zabezpečení elektronické knihy.





Copyright © Grada Publishing, a.s.

Obsah

Předmluva	9
1 Finanční časové řady a jejich charakteristické vlastnosti	11
1.1 Finanční časové řady	12
1.2 Klasické předpoklady a charakteristické rysy chování finančních časových řad	13
1.3 Vliv mikrostruktury trhu na některé vlastnosti finančních časových řad . . .	26
2 Lineární stochastické modely	29
2.1 Modely stacionárních časových řad	30
2.1.1 Stochastický proces a jeho stacionarita	30
2.1.2 Lineární proces	36
2.1.3 Autoregresní procesy [AR]	38
2.1.4 Procesy klouzavých průměrů [MA]	46
2.1.5 Smíšené procesy [ARMA]	53
2.2 Modely nestacionárních časových řad	57
2.2.1 Proces náhodné procházky	58
2.2.2 Procesy ARIMA	61
2.3 Modely sezonních časových řad	62
2.3.1 Sezonní autoregresní procesy [SAR]	62
2.3.2 Sezonní procesy klouzavých průměrů [SMA]	64
2.3.3 Smíšené sezonní a nesezonní procesy [SARIMA]	65
2.4 Modely časových řad s dlouhou pamětí	67
2.4.1 Frakcionálně integrované procesy [FI]	67
2.4.2 Procesy ARFIMA	72
2.5 Konstrukce předpovědí na základě modelů ARIMA a ARFIMA	72
2.5.1 Předpovědi na základě modelů ARIMA	73
2.5.2 Předpovědi na základě modelů ARFIMA	75
2.5.3 Výpočet předpovědí	76
2.6 Výstavba lineárních modelů	78
2.6.1 Odhad parametrů modelů ARIMA	79

2.6.2	Odhad parametrů modelů FI a ARFIMA	84
2.6.3	Konstrukce předpovědí na základě odhadnutého modelu ARIMA a ARFIMA	88
2.6.4	Určení a ověřování řádu diferencování	89
2.6.5	Určení řádu polynomů $\phi_p(B)$ a $\theta_q(B)$	100
2.6.6	Zařazení konstanty do modelu ARIMA	101
2.6.7	Diagnostická kontrola modelu	102
2.6.8	Kritéria pro volbu modelu	104
3	Modely s proměnlivými režimy	117
3.1	Modely s režimy určenými pozorovatelnými veličinami	118
3.1.1	Modely SETAR	118
3.1.2	Modely STAR	121
3.2	Modely s režimy určenými nepozorovatelnými veličinami	124
3.2.1	Modely MSW	124
3.3	Konstrukce předpovědí na základě modelů s proměnlivými režimy	125
3.3.1	Bodové předpovědi	125
3.3.2	Intervalové předpovědi	127
3.3.3	Přesnost předpovědí konstruovaných na základě nelineárních modelů	128
3.4	Výstavba modelů s proměnlivými režimy	129
3.4.1	Odhady parametrů	129
3.4.2	Konstrukce předpovědí na základě odhadnutých modelů	137
3.4.3	Určení řádu zpoždění	138
3.4.4	Testování proměnlivosti režimů modelu	138
3.4.5	Diagnostická kontrola modelu SETAR a STAR	143
3.4.6	Diagnostická kontrola modelu MSW	146
4	Modely volatility	161
4.1	Základní reprezentace	162
4.2	Lineární modely volatility	164
4.2.1	Modely ARCH	164
4.2.2	Modely GARCH	167
4.2.3	Modely IGARCH	170
4.2.4	Modely FIGARCH	171
4.2.5	Modely GARCH-M	172
4.3	Nelineární modely volatility	173
4.3.1	Modely EGARCH	173
4.3.2	Modely IEGARCH a FIEGARCH	175
4.3.3	Modely GJR-GARCH	175
4.3.4	Modely STGARCH	176
4.3.5	Modely VS-GARCH	177
4.3.6	Modely ANST-GARCH	178
4.3.7	Modely QGARCH	179
4.3.8	Modely MSW-GARCH	180

4.4	Modely volatility a podmínka pravděpodobnostního rozdělení veličiny e_t . . .	180
4.5	Konstrukce předpovědí na základě modelů volatility	181
4.5.1	Předpovědi na základě modelů ARIMA za předpokladu podmíněné heteroskedasticity	181
4.5.2	Výpočet předpovědí podmíněného rozptylu na základě lineárních modelů volatility	182
4.5.3	Výpočet předpovědí podmíněného rozptylu na základě nelineárních modelů volatility	185
4.6	Výstavba modelů volatility	186
4.6.1	Testování podmíněné heteroskedasticity v časových řadách	187
4.6.2	Odhad parametrů	190
4.6.3	Konstrukce předpovědí na základě odhadnutých modelů	194
4.6.4	Diagnosticke kontrola	195
	Literatura	213
	Rejstřík	219

O autorech

Doc. Ing. Josef Arlt, CSc. (*1962)

Vystudoval obor ekonomická statistika na Vysoké škole ekonomické v Praze. V současnosti působí jako docent na katedře statistiky a pravděpodobnosti VŠE v Praze. Odborně se specializuje především na problémy analýzy ekonomických a finančních časových řad a ekonometrické analýzy časových řad.

Absolvoval studijní pobyty na špičkových zahraničních univerzitách – v Rakousku na Institute for Advanced Studies ve Vídni, v USA na Brown University, Texas A&M University a University of California San Diego.

V pedagogické oblasti se věnuje výuce předmětů zabývajících se analýzou ekonomických a finančních časových řad na VŠE v Praze, přednáší i na jiných vysokých školách, výzkumných pracovištích a institucích. Publikoval řadu učebních textů.

Je autorem knihy „Moderní metody modelování ekonomických časových řad“, autorem nebo spoluautorem řady výzkumných prací, publikuje v renomovaných domácích a zahraničních časopisech.

Další informace jsou dostupné na <http://nb.vse.cz/~arlt>.

Ing. Markéta Arltová, Ph.D. (*1970)

Vystudovala obor ekonomická statistika na Vysoké škole ekonomické v Praze. V doktorském studiu pokračovala v oboru statistika. V současnosti působí jako odborný asistent na katedře statistiky a pravděpodobnosti VŠE v Praze.

V pedagogické činnosti se specializuje na předměty spojené s analýzou ekonomických a finančních časových řad a se statistickým výpočetním prostředím. Je autorkou řady vysokoškolských skript.

Ve vědecko-výzkumné činnosti se věnuje problematice modelování ekonomických a finančních časových řad. Výsledky vědecko-výzkumné činnosti publikuje v domácích i zahraničních časopisech.

Další informace jsou dostupné na <http://nb.vse.cz/~arltova>.

Předmluva

Značná část kvantitativních informací o finančním trhu je poskytována ve formě tzv. finančních časových řad. Tyto časové řady jsou specifické a ve srovnání s ostatními typy ekonomických časových řad mají určité rysy, které v mnoha situacích vyžadují netradiční přístupy k jejich analýze. Základní odlišnost od jiných ekonomických časových řad spočívá v časové frekvenci sledování jejich hodnot. Běžné časové řady se sledují většinou v roční, čtvrtletní a měsíční frekvenci. Hodnoty finančních časových řad jsou monitorovány již v denní či dokonce hodinové frekvenci. Je tedy zřejmé, že při analýze těchto časových řad odpadá problém datové nedostatečnosti. Dostatek dat vytváří prostor pro kvalitativně odlišné metody, neboť umožňuje lépe odkrýt vlastnosti generujících stochastických procesů. Při modelování finančních časových řad se například ukazuje, že předpoklad normality a linearit je příliš „hrubý“, což logicky vede ke snaze o aplikaci nelineárních modelů. Prostor lineárních modelů je svým způsobem uzavřený, omezený a dobře probádaný, prostor nelineárních modelů skýtá sice obrovské možnosti, prozkoumaný však zatím dostatečně není.

Předkládaná kniha se zabývá základními aspekty modelování finančních časových řad. Její význam spočívá ve snaze přiblížit logickou myšlenkovou cestu tvorby modelů lineárního a nelineárního typu. Nelineární modely jsou zde chápány jako „pokračování“ modelů lineárních, nejsou-li lineární modely schopny zachytit určitou zdůvodněnou vlastnost stochastických procesů, jsou transformovány nebo rozšířeny na modely nelineární.

Toto jsou hlavní důvody, které vedly ke vzniku této knihy:

- V posledních několika letech byl v oblasti analýzy finančních časových řad učiněn značný posun vpřed a je velmi důležité, aby základní rysy vývoje v této oblasti byly zachyceny naší odbornou literaturou. V této souvislosti je nutné konstatovat, že žádná kniha týkající se této problematiky nebyla u nás dosud vydána.
- Analýza finančních časových řad je relativně nová disciplína, která se samostatně nebo jako součást jiných předmětů vyučuje na významných světových univerzitách. Je velmi žádoucí, aby se vyučovala i na našich univerzitách a vysokých školách.
- Aplikace metod analýzy finančních časových řad vede k informacím, které jsou klíčové pro různé finanční analýzy a metodiky (např. metodika VaR v rámci řízení rizika v bankách a jiných finančních institucích). Pro investiční společnosti či obchodníky s cennými papíry jsou důležité předpovědi, ke kterým lze tyto metody rovněž využít.

Kniha je orientována především prakticky. Pro usnadnění pochopení některých složitějších postupů jsou použity ilustrace. Kniha dále obsahuje řadu konkrétních příkladů praktického použití důležitých metod. Tyto příklady ukazují nejen určité výpočetní postupy, ale také způsob interpretace získaných výsledků. Pro teoreticky zaměřené čtenáře budou mít význam odkazy na originální práce, z kterých bylo čerpáno.

Předkládaná kniha je určena především studentům ekonomických oborů a pracovníkům hospodářské praxe, kteří mají znalosti základních principů statistiky a pravděpodobnosti a zkušenosti s prací se statistickým a ekonometrickým softwarem.

Kniha se skládá ze čtyř kapitol. První kapitola se zabývá popisem finančních časových řad a jejich charakteristických vlastností. Druhá kapitola formuluje základní lineární modely stacionárních a nestacionárních časových řad. Třetí kapitola obsahuje formulaci modelů s proměnlivými režimy, tj. modelů nelineárních z hlediska úrovně. Čtvrtá kapitola se zabývá lineárními a nelineárními modely volatility. Struktura druhé, třetí a čtvrté kapitoly je obdobná, nejprve jsou modely popsány, poté je objasněn způsob jejich použití pro konstrukci předpovědí a nakonec je vysvětlena problematika výstavby modelů, která obsahuje otázky odhadu parametrů, výpočtu předpovědí na základě modelů s odhadnutými parametry, volby modelů a jejich diagnostické kontroly. Ilustrace jsou zařazeny průběžně do jednotlivých kapitol, praktické příklady jsou vždy na konci kapitoly.

Kniha byla zpracována s podporou grantu GAČR 402/00/0459.

Na závěr musíme poděkovat Ing. Štěpánu Radkovskému, Mgr. Aleně Henclové a Mgr. Stanislavu Henclovi za pečlivé přečtení textu a odborné připomínky. Předem děkujeme čtenářům této knihy za případné další připomínky a podněty (e-mailové adresy: arlt@vse.cz, arltova@vse.cz).

Autoři

KAPITOLA 1

Finanční časové řady a jejich charakteristické vlastnosti

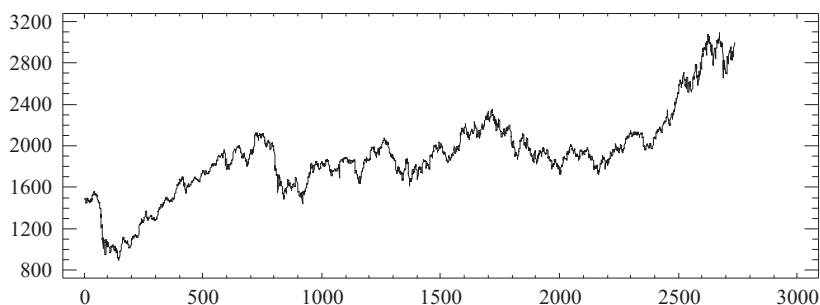
Existuje několik druhů ekonomických časových řad. Je užitečné odlišovat časové řady dlouhodobé od časových řad krátkodobých. Zatímco dlouhodobé časové řady jsou sledovány v roční frekvenci, časové řady krátkodobé jsou sledovány ve frekvencích kratších než jeden rok. Specifické postavení v rámci krátkodobých časových řad mají tzv. vysokofrekvenční časové řady, tj. časové řady sledované např. v denní frekvenci. Do této skupiny patří finanční časové řady. Bylo empiricky vyzkoušeno, že tyto časové řady mají zvláštní rysy. Obsahem této kapitoly je úvod do problematiky modelování finančních časových řad. Je zde přiblížena především základní myšlenková geneze modelového uchopení finančních procesů. S tím souvisí objasnění některých často používaných pojmů z této oblasti. Základem je porovnání klasických předpokladů, ze kterých analýza finančních časových řad velmi často vychází a nových empirických poznatků o chování konkrétních finančních časových řad. Tato konfrontace vede k závěru, že při jejich modelování již nevystačíme s lineárními modely a s předpokladem normality, ale je třeba vstoupit do prostoru modelů nelineárních.

1.1 Finanční časové řady

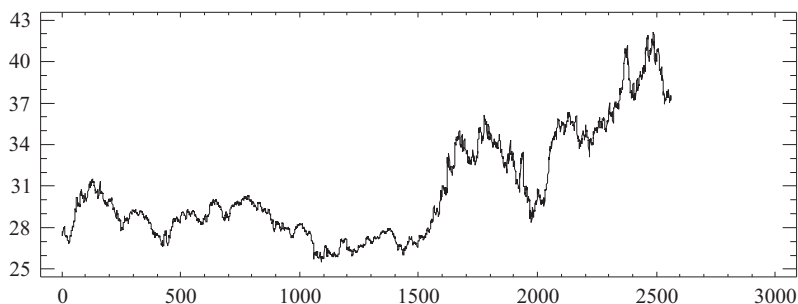
Finanční trh jako součást tržního systému představuje nabídku a poptávku peněz a kapitálu. Existují tři druhy finančních trhů: dluhopisové trhy, akciové trhy a devizové trhy. Na finančních trzích se obchoduje s dluhovými cennými papíry, akciemi a peněžními prostředky v různých měnách. Základní informací finančních trhů je cena: cena akcie, cena měny, cena dluhopisu. Ceny jsou sledovány v určité časové frekvenci a tvoří tak časové řady. Tyto časové řady, jakož i řady vycházející z cen nebo charakterizující ceny a jejich vývoj, se označují jako *finanční časové řady*.

Ve srovnání s jinými ekonomickými časovými řadami mají finanční časové řady některé specifické vlastnosti a tvarové odlišnosti dané především mikrostrukturou finančních trhů, na kterých jsou generovány. Základním rysem finančních časových řad je vysoká časová frekvence jednotlivých hodnot, nejčastěji jsou tyto hodnoty zaznamenávány v denní frekvenci. Tato skutečnost znamená, že vedle systematických faktorů mají na dynamiku časových řad poměrně značný vliv i faktory nesystematického charakteru, což se v důsledku projevuje v jejich relativně vysoké a proměnlivé variabilitě. Ze složek způsobených faktory systematickými se výrazně projevuje složka trendová a cyklická, sezonní složka není tak zřetelná, i když není možné vyloučit její přítomnost.

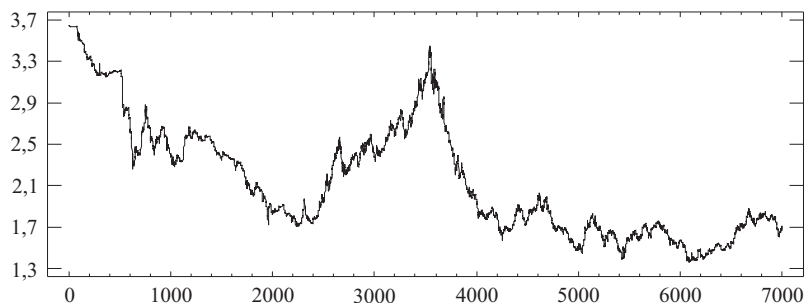
Následující obrázky ilustrují typický průběh finančních časových řad sledovaných v denní frekvenci. Obr. 1.1 charakterizuje vývoj indexu Pařížské burzy (CAC40) od 9. 7. 1987 do 31. 12. 1997, obr. 1.2 zachycuje vývoj směnného kurzu CZK k USD od 2. 1. 1991 do 14. 2. 2001 a obr. 1.3 vývoj kurzu DEM k USD od 4. 1. 1971 do 31. 12. 1998.



Obr. 1.1 Vývoj indexu Pařížské burzy (CAC40) od 9. 7. 1987 do 31. 12. 1997



Obr. 1.2 Kurz CZK k USD od 2. 1. 1991 do 14. 2. 2001



Obr. 1.3 Kurz DEM k USD od 4. 1. 1971 do 31. 12. 1998

1.2 Klasické předpoklady a charakteristické rysy chování finančních časových řad

Základní a primární hypotézou o chování finančního trhu je *hypotéza efektivního trhu*. Její první formulace se objevily v první polovině 20. století [Bachelier (1900), Cowles (1933)]. V pozdějších pracích z druhé poloviny 20. století [Fama (1970), Malkiel (1992)] byla tato hypotéza dále upřesňována. Lze ji stručně formulovat takto: Za předpokladu, že ceny plně

zahrnují očekávání a informace všech účastníků trhu, jsou jejich změny nepredikovatelné. Pojem efektivnosti je v dalších definicích ještě upřesněn podle specifikace pojmu informace.

S hypotézou efektivního trhu souvisí idea snad nejstaršího modelu „chování“ cen aktiv, který je znám pod názvem *martingál*. Jeho původ je spojen s počátky teorie pravděpodobnosti v 16. století. Podstatu tohoto modelu lze popsat následujícím způsobem: Jestliže P_t představuje cenu aktiva v čase t , potom očekávaná cena v čase $t + 1$ je cena v čase t , za podmínky znalosti všech cen aktiva v minulosti, tj. v čase $t - 1, t - 2, \dots$. Z hlediska tvorby předpovědí model martingálu implikuje, že nejlepší (podle minimální střední čtvercové chyby) předpověď zítřejší ceny je cena dnešní. Představíme-li si časovou řadu cen aktiva jako realizaci stochastického procesu $\{P_t\}$, tj. řadu náhodných veličin uspořádaných v čase (viz druhá kapitola), potom lze martingál vyjádřit jako

$$E[P_{t+1}|P_t, P_{t-1}, \dots] = P_t, \quad (1.1)$$

nebo jako

$$E[P_{t+1} - P_t|P_t, P_{t-1}, \dots] = 0, \quad (1.2)$$

kde $E(\cdot)$ je podmíněná střední hodnota.

Model martingálu předpokládá, že nepřekrývající se cenové změny ve všech časových posunech (dopředu i dozadu) nejsou korelované, tj. jsou lineárně nezávislé. To však neznamená, že tyto cenové změny nemohou být závislé. Nelineární forma závislosti se může projevovat například tak, že cenové změny nejsou v čase konstantní. V minulosti se předpokládalo, že martingál je nutnou podmínkou efektivního trhu. V současnosti se v souvislosti s hypotézou efektivního trhu hovoří nejen o nepredikovatelnosti, ale také o vztahu očekávané cenové změny a rizika (rozptylu). Z hlediska investora může být zajímavé, že očekávaná cenová změna je kladná, i když je zatížená vysokým rizikem. Z hlediska trhu je však v takové situaci budoucí cena stále prakticky nepredikovatelná, a jedná se tedy o efektivní trh. Vzhledem k tomu, že martingál klade restrikcí pouze na očekávanou cenovou změnu a nikoliv na riziko, nemůže být nutnou podmínkou efektivního trhu, protože mohou nastat situace, kdy lze trh stále považovat za efektivní, ale nejedná se již o model martingálu.

Martingál (1.1), resp. (1.2), lze vyjádřit také vztahem

$$P_t = P_{t-1} + a_t, \quad (1.3)$$

kde a_t se označuje jako přírůstek martingálu nebo také jako difference martingálu. Tato forma zápisu vypadá jako model náhodné procházky (viz druhá kapitola). Zde se na rozdíl od martingálu předpokládá, že $\{a_t\}$ je proces bílého šumu, ve kterém jsou náhodné veličiny nejen nekorelované, ale také stejně rozdělené s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Často se také vychází ze silnějšího předpokladu, že $\{a_t\}$ je proces striktního bílého šumu, ve kterém jsou náhodné veličiny nezávislé a stejně rozdělené s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem.

Může se vycházet z představy, že rozdělení těchto náhodných veličin je normální, tj. $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$. Tato úvaha je sice jasná a z hlediska statistického i lákavá, má však zásadní nedostatek.

Cena aktiva nemůže být menší než nula, minimální dosažitelný relativní přírůstek ceny neboli minimální dosažitelný jednoduchý výnos aktiva je tedy

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = -1.$$

Protože náhodná veličina mající normální rozdělení může nabývat jakéhokoliv reálného čísla a ze vztahu (1.3) vyplývá, že cena aktiva P_t má normální rozdělení, není jeho dolní mez, a tedy ani dolní mez jednoduchého čistého výnosu zaručena.

Tyto problémy lze překonat úvahou, že jednoduché výnosy aktiva definované jako

$$R_t + 1 = \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

tj. jako koeficienty růstu ceny aktiva, by měly mít rozdělení nezáporné náhodné veličiny. Pro tento případ se nabízí rozdělení logaritmicko-normální. Logaritmus náhodné veličiny s logaritmicko-normálním rozdělením má rozdělení normální. Jestliže má tedy jednoduchý výnos $R_t + 1$ logaritmicko-normální rozdělení, potom jeho logaritmus, tj.

$$r_t = \ln(R_t + 1) = \ln P_t - \ln P_{t-1} = p_t - p_{t-1}$$

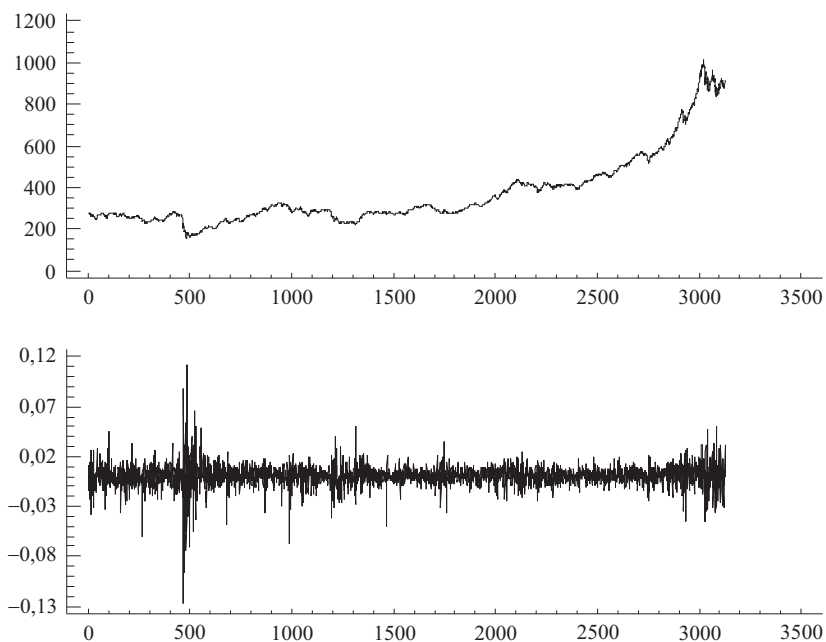
má rozdělení normální. Výnos aktiva za k období od času $t - k$ do času t lze vyjádřit jako součin k koeficientů růstu za jednotlivá období, tj. jako součin k jednoduchých výnosů aktiva

$$\begin{aligned} R_t(k) + 1 &= (R_t + 1) \cdot (R_{t-1} + 1) \cdot \dots \cdot (R_{t-k+1} + 1) = \\ &= \frac{P_t}{P_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdot \frac{P_{t-2}}{P_{t-3}} \cdot \dots \cdot \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-k}}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

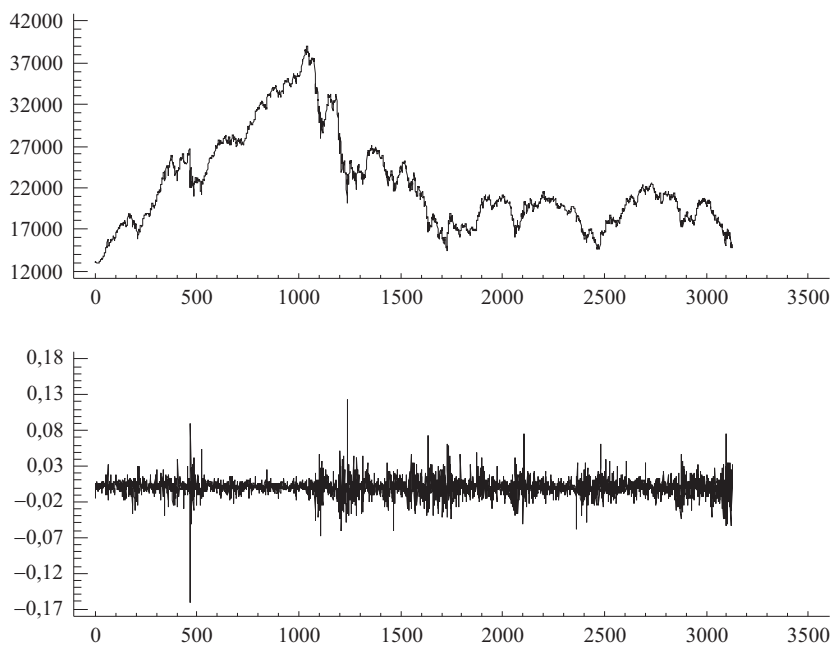
Za předpokladu logaritmicko-normálního rozdělení jednoduchých výnosů má také celý výnos stejné rozdělení. Jeho logaritmická transformace má normální rozdělení a je rovna součtu k logaritmovaných jednoduchých výnosů, tj.

$$r_t(k) = r_t + r_{t-1} + r_{t-2} + \dots + r_{t-k+1}. \quad (1.5)$$

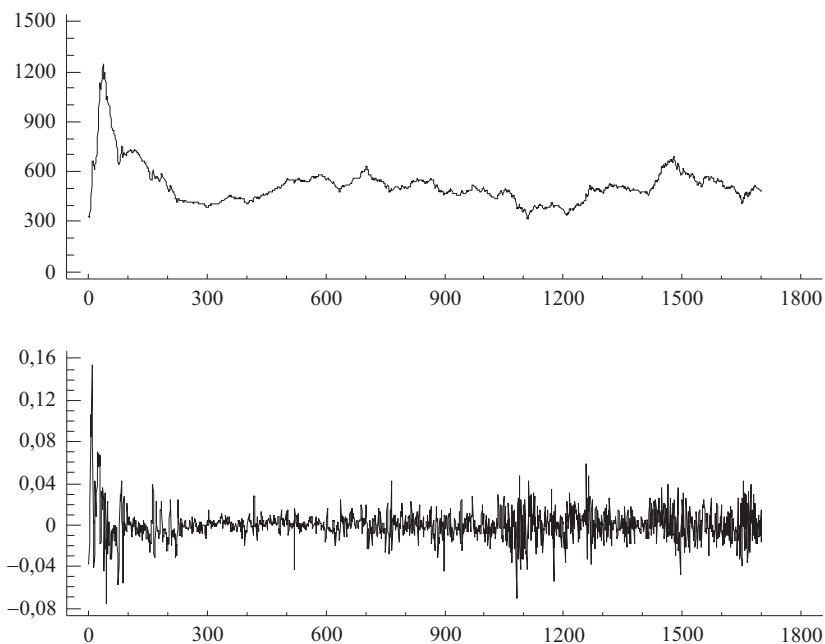
Obr. 1.4 – obr. 1.9 zachycují vývoj některých denních časových řad a na jejich základě vypočítaných logaritmů výnosů r_t : obr. 1.4 – index burzy v Amsterdamu (EOE) od 6. 1. 1986 do 31. 12. 1997, obr. 1.5 – index burzy v Tokiu (NIKKEI) od 6. 1. 1986 do 31. 12. 1997, obr. 1.6 – index burzy v Praze (PX50) od 7. 9. 1993 do 13. 2. 2001, obr. 1.7 – směnný kurz ATS k USD od 4. 1. 1971 do 31. 12. 1998, obr. 1.8 – kurz GBP k USD od 4. 1. 1971 do 9. 2. 2001 a obr. 1.9 – kurz CZK k DEM od 2. 1. 1991 do 14. 2. 2001.



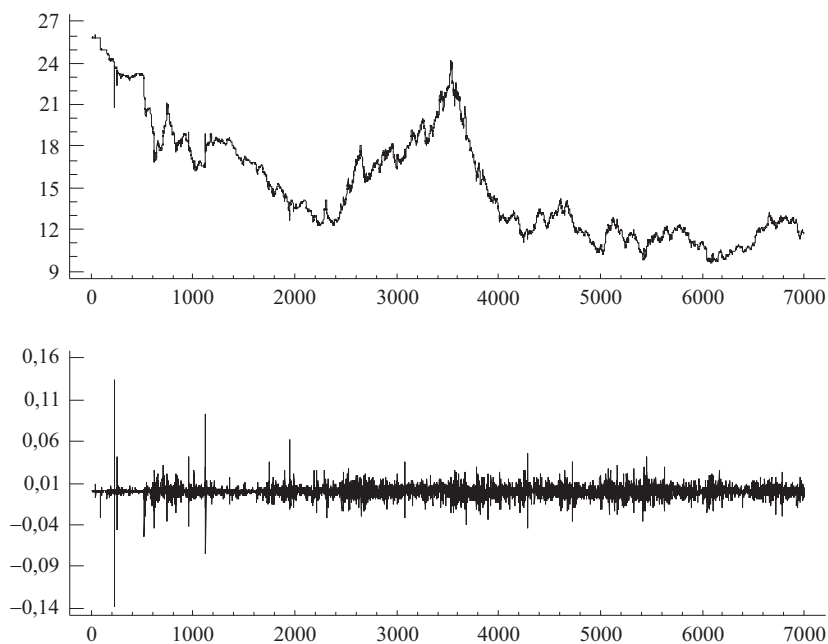
Obr. 1.4 EOE od 6. 1. 1986 do 31. 12. 1997



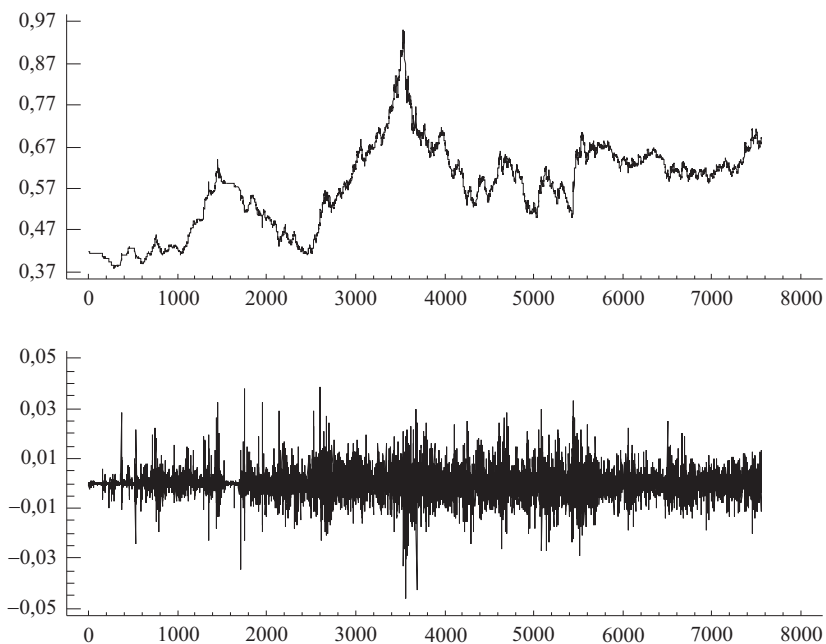
Obr. 1.5 NIKKEI od 6. 1. 1986 do 31. 12. 1997



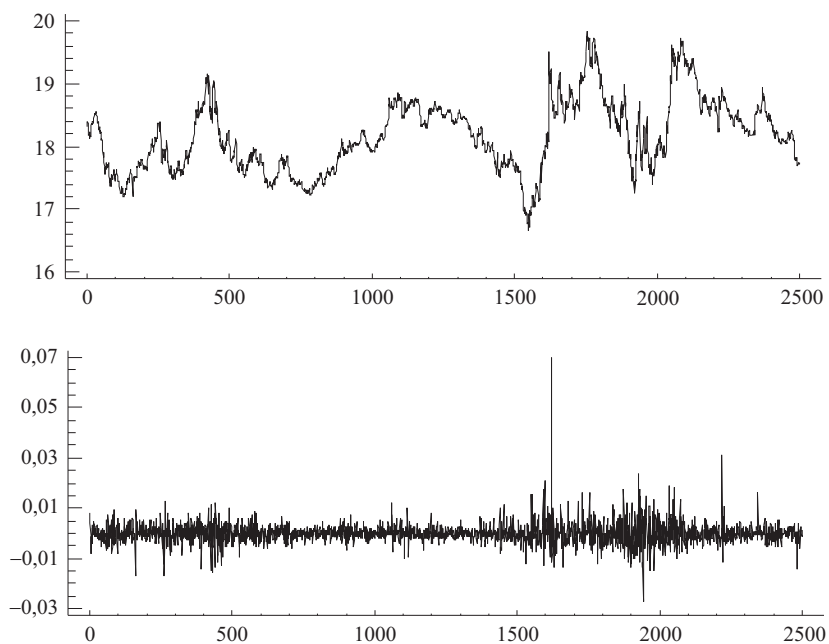
Obr. 1.6 PX50 od 7. 9. 1993 do 13. 2. 2001



Obr. 1.7 ATS/USD od 4. 1. 1971 do 31. 12. 1998



Obr. 1.8 GBP/USD od 4. 1. 1971 do 9. 2. 2001



Obr. 1.9 CZK/DEM od 2. 1. 1991 do 14. 2. 2001

V tabulce 1.1 a 1.2 jsou uvedeny základní výběrové charakteristiky denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů výše uvedených časových řad a dále časových řad indexů burz: Frankfurt (DAX), Londýn (FTSE100), Hong Kong (Hang Seng), Singapur (Singapore All Shares), New York (S&P500) od 6. 1. 1986 do 31. 12. 1997, Paříž (CAC 40) od 9. 7. 1987 do 31. 12. 1997, Praha (PX50) od 19. 9. 1994 do 13. 2. 2001 (tj. od doby, kdy se začalo obchodovat pravidelně každý pracovní den v týdnu) a časových řad směnných kurzů: FRF k USD, DEM k USD od 4. 1. 1971 do 31. 12. 1998, JPY k USD, CHF k USD od 4. 1. 1971 do 9. 2. 2001 a CZK k USD od 2. 1. 1991 do 14. 2. 2001.^{*)} Tyto tabulky budou dále využity k ilustraci charakteristických vlastností finančních časových řad.

Tab. 1.1 Základní výběrové charakteristiky logaritmu výnosů burzovních indexů

	Burzovní indexy	n	$\bar{r}$	$\tilde{r}$	$r_{\min}$	$r_{\max}$	s_r^2	SK_r	K_r
Denní data	Amsterdam (EOE)	3127	0,000383	0,000293	-0,127876	0,111785	0,000128	-0,693293	19,830635
	Frankfurt (DAX)	3127	0,000349	0,000258	-0,137099	0,072875	0,000152	-0,946919	15,091669
	Paříž (CAC40)	2734	0,000258	0,000000	-0,101376	0,082254	0,000144	-0,529606	10,579412
	Londýn (FTSE100)	3127	0,000410	0,000274	-0,130286	0,075970	0,000084	-1,590633	27,457584
	Hong Kong (HANG SENG)	3127	0,000571	0,000222	-0,405422	0,172471	0,000287	-5,006292	119,467055
	Tokio (NIKKEI)	3127	0,000050	0,000000	-0,161354	0,124303	0,000184	-0,212973	14,823285
	Singapur (SINGALLS)	3127	0,000192	0,000000	-0,094030	0,143130	0,000102	-0,247267	28,197671
	New York (S&P500)	3127	0,000489	0,000384	-0,228330	0,087089	0,000099	-4,301869	99,868584
	Praha (PX50)	1581	-0,000262	-0,000207	-0,070772	0,058200	0,000148	-0,100586	5,478975
Týdenní data	Amsterdam (EOE)	624	0,001899	0,003479	-0,199622	0,079531	0,000584	-1,393489	12,029356
	Frankfurt (DAX)	625	0,001694	0,003577	-0,188813	0,082505	0,000698	-1,063678	8,156504
	Paříž (CAC40)	546	0,001281	0,002734	-0,209411	0,115938	0,000808	-0,999045	9,251826
	Londýn (FTSE100)	625	0,002075	0,003062	-0,178172	0,098223	0,000461	-1,482914	15,683252
	Hong Kong (HANG SENG)	625	0,002832	0,005617	-0,349695	0,110457	0,001366	-2,196965	18,419439
	Tokio (NIKKEI)	625	0,000249	0,002612	-0,108924	0,121391	0,000829	-0,399750	4,929505
	Singapur (SINGALLS)	625	0,000911	0,001158	-0,273348	0,105096	0,000697	-2,174467	23,721333
	New York (S&P500)	625	0,002465	0,004015	-0,166634	0,065053	0,000424	-1,374730	11,350961
	Praha (PX50)	316	-0,001288	-0,001110	-0,140454	0,124352	0,001019	-0,089381	5,197647
Čtrnáctidenní data	Amsterdam (EOE)	313	0,003793	0,005791	-0,327627	0,101289	0,001295	-2,536481	25,180621
	Frankfurt (DAX)	313	0,003382	0,004809	-0,270787	0,109937	0,001482	-1,533622	11,729652
	Paříž (CAC40)	273	0,002561	0,004718	-0,153113	0,121330	0,001437	-0,504699	4,703619
	Londýn (FTSE100)	313	0,004143	0,004045	-0,336963	0,103188	0,001140	-3,129530	35,298047
	Hong Kong (HANG SENG)	313	0,005654	0,012970	-0,483681	0,158348	0,003290	-2,696735	22,075082
	Tokio (NIKKEI)	313	0,000498	0,001739	-0,165700	0,131986	0,001714	-0,465526	4,963694
	Singapur (SINGALLS)	313	0,001820	0,002205	-0,388629	0,105890	0,001720	-2,969559	28,249007
	New York (S&P500)	313	0,004921	0,006000	-0,268826	0,084015	0,000869	-2,569978	25,943732
	Praha (PX50)	158	-0,002576	-0,004732	-0,163093	0,134883	0,002386	-0,099493	3,573186

*) U denních časových řad jsou do výpočtů zahrnuty pouze pracovní dny. Týdenní a čtrnáctidenní časové řady jsou tvořeny středními hodnotami původních časových řad.

Tab. 1.2 Základní výběrové charakteristiky logaritmu výnosů směnných kurzů

	Směnné kurzy	n	$\bar{r}$	$\tilde{r}$	$r_{\min}$	$r_{\max}$	s_r^2	SK_r	K_r
Denní data	ATS/USD	7303	-0,000108	0,000000	-0,139503	0,135003	0,000052	0,019842	49,215648
	FRF/USD	7303	0,000002	0,000000	-0,060490	0,058746	0,000038	0,018130	10,766936
	DEM/USD	7303	-0,000107	0,000000	-0,061985	0,058678	0,000041	-0,055610	8,521749
	JPY/USD	7854	-0,000142	0,000000	-0,095048	0,062556	0,000040	-0,872064	15,898375
	CHF/USD	7854	-0,000122	0,000000	-0,044083	0,058269	0,000052	-0,020103	7,177153
	GBP/USD	7854	0,000064	0,000000	-0,045885	0,038427	0,000034	0,144947	7,675612
	CZK/USD	2561	0,000115	-0,000057	-0,025597	0,082083	0,000040	0,957782	15,789092
	CZK/DEM	2561	-0,000014	-0,000054	-0,026942	0,075719	0,000018	2,570890	47,438797
Týdenní data	ATS/USD	1461	-0,000542	-0,000096	-0,082245	0,116304	0,000212	0,119937	7,933738
	FRF/USD	1461	0,000008	-0,000054	-0,077413	0,068577	0,000193	-0,062133	6,268416
	DEM/USD	1461	-0,000535	-0,000219	-0,099028	0,072741	0,000209	-0,311393	6,365433
	JPY/USD	1571	-0,000709	0,000000	-0,119936	0,065869	0,000206	-0,854875	9,111239
	CHF/USD	1571	-0,000609	-0,000105	-0,079694	0,066364	0,000258	-0,297778	4,715944
	GBP/USD	1571	0,000320	0,000000	-0,073974	0,086689	0,000181	0,267799	7,020089
	CZK/USD	513	0,000572	-0,000347	-0,045851	0,085171	0,000189	0,455043	6,482958
	CZK/DEM	513	-0,000072	-0,000163	-0,035424	0,076514	0,000080	1,209385	14,225813
Čtrnáctidenní data	ATS/USD	731	-0,001082	-0,000832	-0,098730	0,123040	0,000449	0,062485	6,023092
	FRF/USD	731	0,000016	0,000000	-0,095864	0,087342	0,000416	-0,071810	5,175533
	DEM/USD	731	-0,001070	-0,000521	-0,100456	0,087586	0,000446	-0,301161	5,130320
	JPY/USD	786	-0,001416	0,000000	-0,125059	0,074045	0,000446	-0,761977	6,037643
	CHF/USD	786	-0,001217	-0,000216	-0,100817	0,073761	0,000551	-0,381226	4,206149
	GBP/USD	786	0,000640	0,000138	-0,130592	0,101016	0,000380	-0,108391	7,661933
	CZK/USD	257	0,001142	-0,000551	-0,063375	0,071927	0,000401	0,354486	4,253667
	CZK/DEM	257	-0,000143	-0,000053	-0,036020	0,067098	0,000152	0,756897	6,758098

Předpoklad normality

Jedním ze základních předpokladů, ze kterého se v teoretických a empirických pracích zabývajících se finančními časovými řadami často vychází, je, že logaritmy výnosů mají normální rozdělení s konstantní střední hodnotou μ a konstantním rozptylem σ_r^2 , tj. předpoklad $r_t \sim N(\mu, \sigma_r^2)$. Toto rozdělení je charakteristické tím, že je symetrické, takže jeho šikmost definovaná vztahem

$$SK_r = E \left[\frac{(r_t - \mu)^3}{\sigma_r^3} \right] \quad (1.6)$$

je rovna nule. Jeho špičatost definovaná vztahem

$$K_r = E \left[\frac{(r_t - \mu)^4}{\sigma_r^4} \right] \quad (1.7)$$

je rovna číslu 3. Tab. 1.1 a tab. 1.2 obsahují mimo jiné bodové odhady těchto charakteristik pro logaritmy denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů jednotlivých časových řad. Bodovým odhadem šikmosti je výběrová charakteristika

$$\widehat{SK}_r = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^3}{s_r^3}, \quad (1.8)$$

kde

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \text{ a } s_r = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}, \quad (1.9)$$

špičatost je odhadnuta výběrovou charakteristikou

$$\hat{K}_r = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^4}{s_r^4}. \quad (1.10)$$

V tabulce 1.1, kde jsou uvedeny základní výběrové charakteristiky logaritmů denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů počítané z časových řad burzovních indexů, můžeme vidět, že je ve všech případech odhad šikmosti záporné číslo a s rostoucí agregací dat (týdenní a čtrnáctidenní data) má zešikmení tendenci zvětšovat se. Vzhledem k tomu, že odhad střední hodnoty je velmi malé číslo, lze konstatovat, že skutečné rozdělení je zešikmené tak, že záporné výnosy se objevují častěji než kladné výnosy.

Odhad špičatosti je ve všech případech denních výnosů číslo větší než 3. Skutečné rozdělení logaritmů denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů je tedy špičatější než rozdělení normální, takže nízké kladné a záporné výnosy se objevují častěji, než předpokládá normální rozdělení.

Základní výběrové charakteristiky logaritmů denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů počítané z časových řad směnných kurzů jsou uvedeny v tab. 1.2. Ani zde není rozdělení symetrické, ve srovnání s burzovními indexy však není jeho zešikmení tak jednostranné, některé řady vykazují kladné a jiné záporné. Nejvýraznější zešikmení má kurz CZK k DEM. Na rozdíl od burzovních indexů agregace logaritmů výnosů z časových řad směnných kurzů nevykazují žádnou výraznou jednostrannou tendenci ve změně šikmosti. Stejně jako u burzovních indexů je odhad špičatosti ve všech případech větší než 3, tj. skutečné rozdělení je špičatější než normální rozdělení. Je zajímavé sledovat, že špičatost ani variabilita není tak vysoká jako u burzovních indexů.

Tvary rozdělení logaritmů denních, týdenních a čtrnáctidenních výnosů časových řad indexů burz v Hong Kongu (HANG SENG) a v New Yorku (S&P500), kurzu FRF k USD a JPY k USD jsou zachyceny na obr. 1.10 – obr. 1.13.