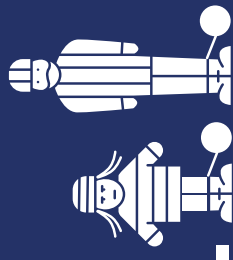


munice

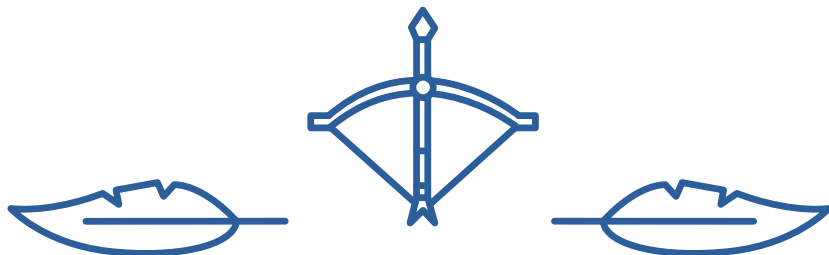
DAVID KRUML

LEKCE Z TEORIE HER



VĚZEŇ TO MÁ SPOČÍTANÉ —

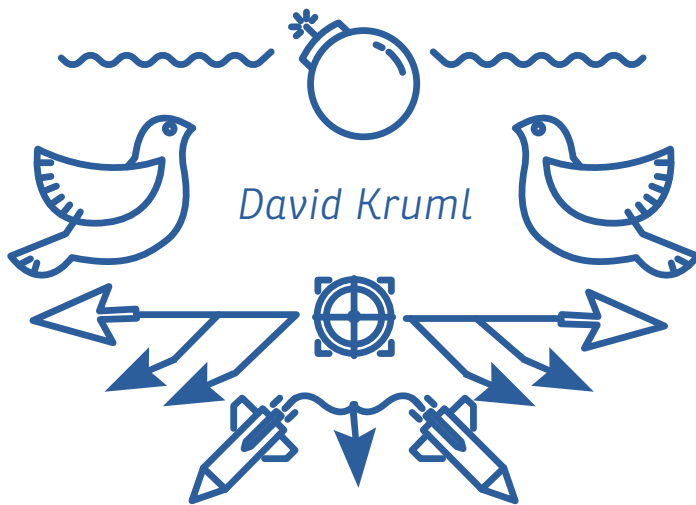
munice



VĚZEŇ to má spočítané

...

LEKCE Z TEORIE HER



David Kruml

Ilustrace Nikola Kalinová



Masarykova univerzita
Brno 2018

Redakční okruh

Mgr. Tereza Fojtová (Masarykova univerzita)

doc. Ing. Ivan M. Havel, CSc., Ph.D. (Centrum pro teoretická studia)

doc. Mgr. Jana Horáková, Ph.D. (Masarykova univerzita)

doc. PhDr. Mgr. Tomáš Janík, Ph.D., M.Ed. (Masarykova univerzita)

Mgr. Hana Laudátová, Ph.D. (VIDA! science centrum)

PhDr. Alena Mizerová (Masarykova univerzita)

doc. Ing. Petr Pirožek, Ph.D. (Masarykova univerzita)

doc. RNDr. Lubomír Popelínský, Ph.D. (Masarykova univerzita)

prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc. (Masarykova univerzita)

PhDr. Andrea Slováková, Ph.D., MBA (Nová beseda)

© 2018 David Kruml

Ilustrace © 2018 Nikola Kalinová

© 2018 Masarykova univerzita

ISBN 978-80-210-8832-0

ISBN 978-80-210-8833-7 (online : pdf)

Mám být solidární, nebo zradit?

Dokážete ze společného talíře jíst jen do polosyta?

Kdy je žádoucí všeobecná zrada?

Kdy se vyplatí vydírat?

A kdy se vyplatí nenechat se vydírat?

Kolik mají nevěrnice vnoučat?

Spoříte si na důchod?

Má smysl odpouštět?

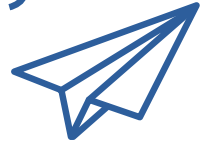
Má být trest stejně krutý jako zločin?

Kráčí evoluce kupředu?

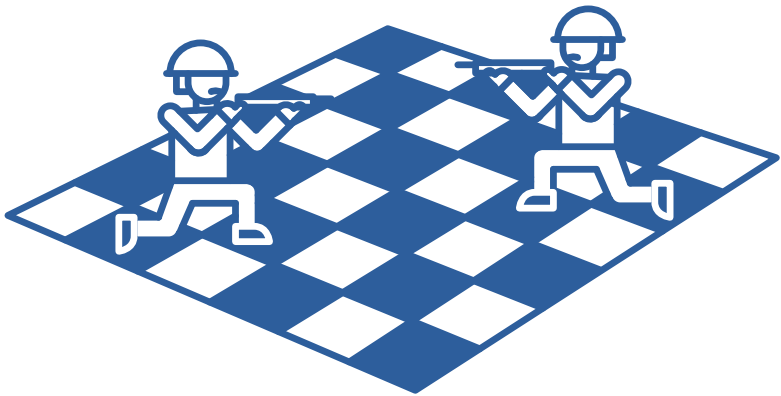
Je výhodné vědět více než ostatní?

Prizpůsobujete se, nebo zůstáváte sví?

Je lepší chytračit, nebo hrát jednoduše?



Teorie her je disciplína aplikované matematiky přesahující do mnoha oblastí lidské činnosti, od politologie a válečnictví přes ekonomii a sociologii až po biologii a psychologii. Studuje široké spektrum konfliktních situací a popisuje rozhodování zúčastněných hráčů. Matematické modely pomáhají porozumět záměrům hráčů a předvídat jejich chování. *Vězňovo dilema* patří mezi nejdůkladněji probádané problémy, přesto je stále zřídlem zajímavých a nelehkých otázek.



Spolupráce, nebo zrada?

NEVYDAŘENÁ LOUPEŽ

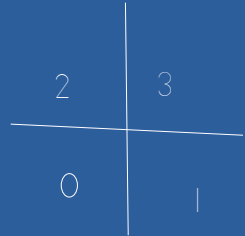
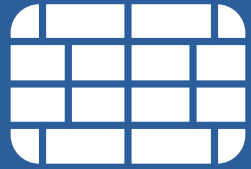
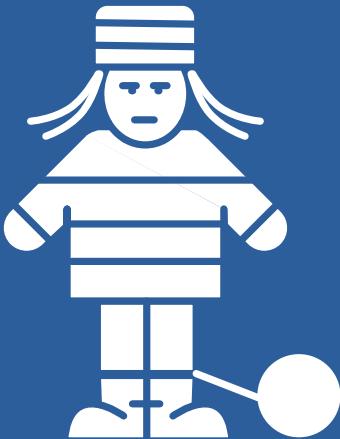
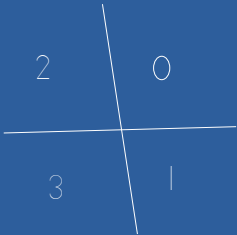
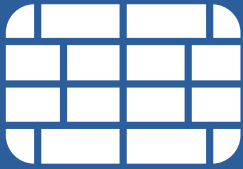
Dvě známé firmy, v podsvětí zvané Řádka a Sloupek, si zase jednou oblékly punčochy na nesprávnou část těla a s dětskými atrapami pistolek se vypravily do banky. Jako vždy to nevyšlo a policie opět projevila minimum pochopení. Navíc pojala oprávněné podezření, že výtečníci jedou i v několika dalších případech, žel k obvinění se nedostávalo důkazů. Proto se policie snažila donutit Řádku a Sloupka k přiznání lákavým příslibem propuštění na svobodu.

Už poněkolkáté skončili každý v jiné cele a museli řešit otázku:

// Mám se přiznat, nebo zapírat? //

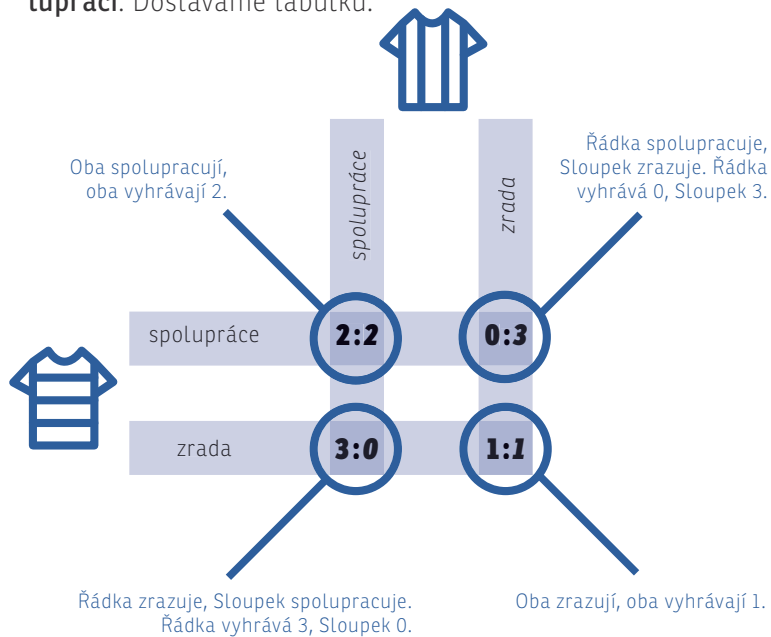
Pokud se nepřizná nikdo, oba si odsedí po jednom roce za zpackanou loupež. Pokud se přizná jen Řádka, může ihned odejít a Sloupek si odsedí tři roky. Naopak, pokud se přizná jen Sloupek, jde domů, kdežto Řádku čekají tři roky kriminálu. Konečně, pokud se přiznají oba, policie si zamne ruce, přišije jim vedle loupeže i předchozí delikty a oba půjdou do vězení na dva roky.

Podobným příběhem se obvykle uvádí úloha teorie her známá jako **vězňovo dilema**. Jejím aktérům říkáme **hráči** a jejich volbám **strategie**. Jakmile si oba hráči vyberou určitou strategii, nastává tzv. **situace**. Aby hra dávala smysl, potřebujeme ještě ohodnocení situací tzv. **výherními funkcemi**, které vyjadřují,



jak jsou situace tomu kterému hráči příznivé. V našem případě je výherní funkce určena roky strávenými ve vězení. Protože se jedná o trestné body, měli bychom je zapsat jako záporná čísla. Ta ale nemáme moc rádi, proto se rovnou domluvíme, že ke každému z nich přičteme trojku a posuneme se do nezáporných hodnot. Odpovídá to úvaze, že každý ze zločinců se již smířil s nejhrošším trestem tří let a raduje se z každého ušetřeného roku na svobodě.

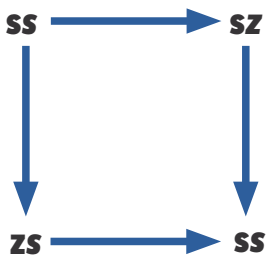
Vyšetřující policisty za hráče nepovažujeme. Jistěže jsou motivováni snahou uzavřít co nejvíce případů a zadržené budou k přiznání přesvědčovat. Tím ale jejich úloha končí a výsledek určí pouze rozhodnutí zločinců. Na přiznání tedy budeme nahlížet očima zločince jako na **zradu** a na mlčení jako na **spolupráci**. Dostáváme tabulku:



Nyní je jasné, proč jsme zločincům propůjčili tak zvláštní jména: Řádka v tabulce vybírá jeden z řádků, Sloupek jeden ze sloupců. V každém políčku tabulky je první číslo Řádčina výhra, druhé číslo je Sloupkova výhra. Abychom nemuseli pořád dokola vysvětlovat, kdo je kdo a co hraje, budeme spolupráci zkracovat na „s“ a zradu na „z“. Strategie a výhry týkající se Řádky zapisujeme normálním písmem, totéž pro Sloupka skloněným písmem.

Pokusme se konečně předpovědět, jak hráči uvažují a jak to asi celé dopadne. Řádka sice neví, co udělá Sloupek, ale může si rozmyslet obě alternativy: „Pokud mě Sloupek zradí, za zradu ušetřím jeden rok, ale za spolupráci žádný. Pokud Sloupek spolupracuje, za spolupráci ušetřím dva roky, ovšem za zradu bych ušetřila všechny tři!“ Ať už se tedy Sloupek rozhodne jakkoli, Řádce se zrada jeví jako výhodnější strategie. Naše hra je ovšem **symetrická**, tedy pro oba hráče spravedlivá — pokud by si v ní hráči vyměnili role, výplatní tabulka (správněji **matice**) se nezmění. Sloupek tedy bude uvažovat úplně stejně.

Pro přehlednost si můžeme nakreslit síly působící na rozhodování hráčů:



Svislé šipky znázorňují preference Řádky, vodorovné Sloupka. Chytří hráči by měli dospět k situaci zrada proti zradě a každý ušetří jen jeden rok. Podivné ovšem je, že situace spolupráce proti spolupráci by byla pro oba výhodnější. Pokud by se k ní hráči chtěli propracovat, museli by přestat uvažovat podle vzorce „každý za sebe“.

Cíle jednotlivců se ve věžňově dilematu zásadně rozcházejí s cílem kolektivu. Tento konflikt je hlavním důvodem, proč úloha fascinuje generace filozofů, ekonomů, biologů, sociologů i politologů. Pochopitelně jim neleží na srdci pouze osud dvou nešikovných lupičů. Jak brzy uvidíme, na podobné úlohy narážíme téměř ve všech lidských činnostech i přírodních dějích.

ČERNÍ PASAŽÉŘI

Věžňovo dilema nemusejí hrát jen dva lidé. Hrál ho každý, kdo někdy poseděl v restauraci s přáteli a účet se na konci platil rovným dílem. Dokud si platíme jen svoji útratu, jíme a pijeme s mírou. Jakmile se má útrata za celý stůl rovnoměrně rozpočítat, máme nutkání nezůstat pozadu. Takže si objednáme dražší jídlo a nádavkem tu kávičku, tu pohárek, tu zákuseček. Zkrátka, dopřejeme si i věci, které bychom snadno oželeli, kdybychom si je museli zaplatit sami.

V řadě zemí je společné placení běžnější. Rozpočítávání útraty může být dokonce považováno za nezdořilé. V angličtině se mu říká *go Dutch* podle příslovečně skrblivých Nizozemců.



Číselně bychom mohli vyjádřit spokojenost se střídou večeří hodnotou 2, bonus za opulentní večeři +1 a celkovou ztrátu za placení navíc -2. Předpokládejme třeba, že hrajeme v pěti lidech. Navýšená útrata za každého přecpaného hosta se pak

dělí pěti, na každého tedy připadne $-0,4$. Není přitom podstatné, kdo si užíval, pro výpočet potřebujeme jen počet takových hráčů. Hru můžeme popsat maticí z pohledu jednoho z hostů:

	SSSS	ZSSS	ZZSS	ZZZZ	ZZZZ
spolupráce (střídá večeře)	2	1,6	1,2	0,8	0,4
zrada (drahá večeře)	2,6	2,2	1,8	1,4	1

Našeho hrdinu chápeme jako řádkového hráče a tým ostatních hostů jako sloupcového hráče. (Jelikož hra je spravedlivá, zanesli jsme do tabulky pouze výhry řádkového hráče.)

Stejně jako ve věžňově dilematu je druhý řádek vždy výhodnější než první (zde vždy o 0,6 bodu), přitom vzájemná spolupráce, „všichni střídá“, by byla pro každého o bod výhodnější než všeobecná zrada, „všichni draze“.

Restaurace zdaleka není jediným dějištěm podobných her. Lidstvo už dlouhodobě (a nepříliš úspěšně) řeší, jak snížit rizika plynoucí z produkce skleníkových plynů. Pro znečišťovatele je ekonomicky nevýhodné podřídit se omezením nebo přejít na ekologičtější výrobu, ovšem ignorování nebezpečí může

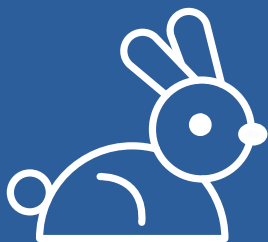
v budoucnu vyjít ještě mnohem draž. Zástupci průmyslových zemí tady tlačí na ostatní, aby „jedli levně“, ale pro sebe se pochopitelně snaží dojednat „co nejdražší večeři“.

Problém je znám pod názvem „tragédie obecní pastviny“ podle eseje Garretta Hardina (*The Tragedy of the Commons*, 1968).

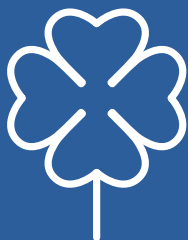
Narazili jsme na problém **černého pasažérství**. V této souvislosti si můžeme připomenout třeba zbrojení členských států v obranných paktech. (Kdo nemá rád zbraně, dosadí si povinné očkování.) Je tak lákavé uvažovat ve smyslu: Proč mám platit za armádu, když mě ostatní stejně musejí ochránit? Zde je strategie „zbrojit“ spoluprací a strategie „nezbrojit“ zradou.

Zajímavé ale je, že takto to funguje jen mezi přáteli, mezi kterými nepředpokládáme konflikt. Kdybychom řešili výdaje na armádu mezi ne nutně znepřátelenými, ale řekněme rivalskými zeměmi, přidělili bychom spolupráci strategii „nezbrojit“ a zradu strategii „zbrojit“, tedy přesně naopak! Příčinou každé války je pocit, že by se dala vyhrát. Záminka je druhořadá a mnohdy se hledá až posléze. Pokud nebudeme zbrojit, ale protivník ano, strategicky jsme prohráli. A obráceně, pokud uzbrojíme protivníka, možná nám ustoupí, aniž bychom museli bojovat, a investice do armády se nám vyplatí. Nemáme v úmyslu pouštět se do moralizování, ale i tak můžeme z těchto úvah odvodit jednoduchý závěr:

„ Přátele a nepřátele poznáme podle toho, zda nás ke zbrojení ponoukají, nebo od něj odrazují. “

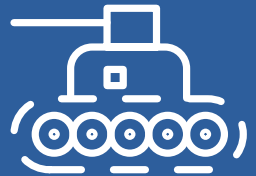
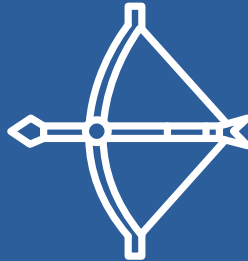
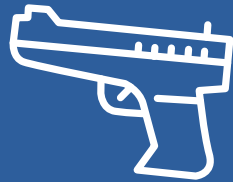


PŘÁTELE A NEPŘÁTELE
ZDA NÁS KE ZBROJENÍ PONOU





POZNÁME PODLE TOHO,
KAJÍ, NEBO OD NĚJ ODRAZUJÍ



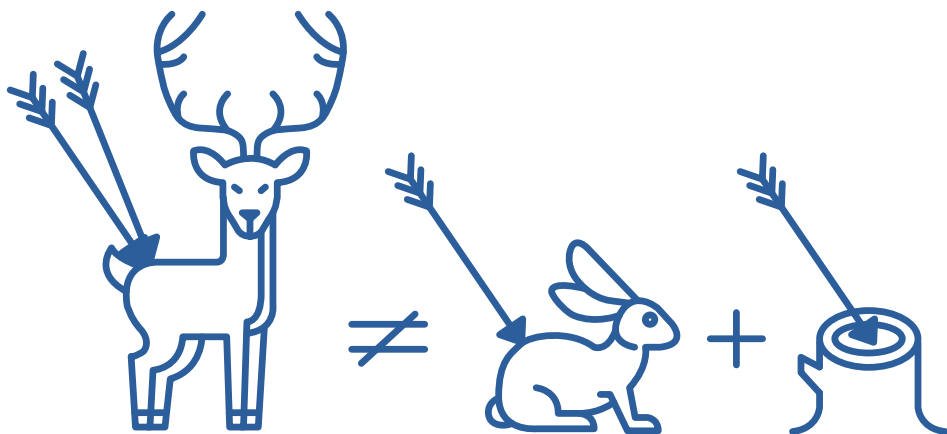
Konečně, dalším známým příkladem z ekonomie je **oligopol**. Ten nastává v případě, kdy si trh s určitým zbožím rozdělí několik výrobců. Výrobci mohou spolupracovat, čili vytvořit kartel, a prodávat zboží dráž, nebo kdokoli z nich může zradit, tedy zlevnit a vyhlásit ostatním cenovou válku. Zlevněním sice ztrácí část zisku z jednotky zboží, ale díky většímu obratu nakonec vydělává víc. Pokud ale zlevní všichni, kartel se rozpadne a všichni vydělají méně. Stát obvykle hájí (nebo by měl hájit) zájmy zákazníka, proto se všemožně snaží kartelům zabránit. Z jeho pohledu je žádoucí situací „všeobecná zrada“. Neměli bychom na zradu nahlížet vždy jen negativně. Ostatně i v případě bankovní loupeže bychom měli fandit spíše policii.



SVÉRÁZ LOVU

Vraťme se k úvaze hráčů ve vězňově dilematu a rozeberme ji trochu podrobněji. Za Řádčíným rozhodnutím zradit stojí dva motivy: prvním je snaha vyhnout se nejhorší situaci sz, jde tedy vlastně o **strach** (pravá šipka shora dolů v diagramu). Druhým motivem je naopak snaha vytřískat z všeobecně blahodárné situace ss něco extra pro sebe. Zde Řádka podléhá **pokušení** (levá šipka shora dolů). V obou případech zrada Řádce zlepšuje výhru o jeden rok, ale pro jiné parametry hry to tak být nemusí. V tzv. Axelrodově variantě vězňova dilematu se místo výher 2, 0, 3, 1 uvažují výhry 3, 0, 5, 1. Pokušení bychom zde vděčili za přilepšení $5 - 3 = 2$, zatímco strachu jen za $1 - 0 = 1$. U varianty s výhrami 4, 0, 5, 2 by to bylo přesně naopak.

Když si s hodnotami výher ještě více pohrajeme a přeceníme vzájemnou spolupráci ss oproti pokušení zs, vyjde nám hra, kterou se zabýval už Rousseau. Je známá jako **lov na jelena**.



Dva lovci zvažují (opět bez možnosti předem se domluvit), zda vyrazí na jelena, nebo na zajíce. Jelen představuje mnohem vydatnější kořist, ale jeho skolení vyžaduje spolupráci obou lovců. Zajíce dokáže každý lovec chytit samostatně, ale nenají se z něj tolik jako z jelena. Dále předpokládejme, že při lovu zajíců si lovci trochu překážejí a snižují si výhru. (Představujme si třeba, že v lese žije jen jeden zajíc. Jde-li na zajíce jen jeden lovec, nechá si ho celého. Jdou-li na zajíce oba, musejí se rozdělit.) Výsledky hry můžeme vyjádřit tabulkou:

	jelen (s)	zajíc (z)
jelen (s)	3:3	0:2
zajíc (z)	2:0	1:1